

30-0107/001

ERMITTLUNG DER BIEGETRAGFAHIGKEIT BEI BAUTEILEN MIT  
VORSPANNUNG OHNE VERBUND

Abschlußbericht

vorgelegt

von

o.Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. K. Kordina  
Dr.-Ing. J. Hegger

**BIBLIOTHEK**  
Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz  
der Technischen Universität Braunschweig  
Beethovenstraße 52  
D-3300 Braunschweig

Braunschweig, Januar 1985

Gefördert vom Niedersächsischen Ministerium für Wissenschaft  
und Kunst aus Forschungsmitteln des Zahlenlottos  
(Az.: 2091 -BV 4e- 49/83)

## INHALTSVERZEICHNIS

1	EINLEITUNG . . . . .	1
2	PROBLEMSTELLUNG UND ZIELSETZUNG DER UNTERSUCHUNG . . . . .	1
3	DERZEITIGER KENNTNISSTAND . . . . .	5
3.1	Allgemeines . . . . .	5
3.2	Empirische Näherungsverfahren . . . . .	8
3.3	Ansätze nach der Plastizitätstheorie . . . . .	11
3.4	Integrationsmethode . . . . .	14
4	SPANNKRAFTZUNAHME BEI EINFELDTRÄGERN . . . . .	16
4.1	Lösungsansatz über die Rotationsfähigkeit . . . . .	16
4.2	Einflußgrößen auf die Spannkraftzunahme . . . . .	23
4.2.1	Anordnung und Verteilung der Belastung . . . . .	25
4.2.2	Betongüte und Spannbewehrungsgrad . . . . .	26
4.2.3	Betonstahlbewehrungsgrad . . . . .	28
4.2.4	Querschnittsform . . . . .	30
4.3	Zusammenfassung zu einem Rechenansatz . . . . .	32
4.4	Oberprüfung durch Versuchsergebnisse . . . . .	33
4.5	Vergleich mit anderen Rechenansätzen . . . . .	36
5	SPANNKRAFTZUNAHME BEI DURCHLAUFTRÄGERN . . . . .	40
5.1	Entwicklung eines Rechenansatzes . . . . .	40
5.1	Oberprüfung durch Versuchsergebnisse . . . . .	44
6	BEMESSUNGSVORSCHLAG . . . . .	48
7	VERGLEICH DES BEMESSUNGSVORSCHLAGES MIT DEN NORMEN . . . . .	50
8	ZUSAMMENFASSUNG . . . . .	52
9	LITERATURVERZEICHNIS . . . . .	55
	ANHANG . . . . .	59

## BEZEICHNUNGEN

### 1. Große lateinische Buchstaben

$A_b$	Querschnittsfläche des Betons
$A_s$	Querschnittsfläche der Betonstahlbewehrung
$A_v$	Querschnittsfläche der Spannbewehrung
$E$	E-Modul
$L$	Spanngliedlänge zwischen den Ankerstellen
$M$	Moment
$M_v$	Moment infolge Vorspannung
$M_u$	Bruchmoment
$N_v$	Normalkraft infolge Vorspannung

### 2. Kleine lateinische Buchstaben

$b$	Plattenbreite
$b_o$	Stegdicke
$d$	Bauhöhe
$d_o$	Plattendicke bei Plattenbalken
$f$	Durchbiegung
$h_s, h_v$	Nutzhöhe des Betonstahls, Spannstahls
$l$	Stützweite
$l_G$	Ersatzlänge gleicher mittlerer Krümmung, wirksame Gelenklänge
$k_b, k_v, k_s, k_f$	dimensionslose Beiwerte für die Betondruck- festigkeit, den Spannbewehrungsgehalt, den Betonstahlbewehrungsgehalt und die Quer- schnittsform bei der Ermittlung des Span- nungszuwachses
$n$	Verhältnis der E-Moduli
$r$	Regressionskoeffizient
$s$	Standardabweichung
$v$	Variationskoeffizient
$x$	Höhe der Druckzone
$\bar{x}$	Mittelwert
$z$	Hebelarm der inneren Kräfte

### 3. Griechische Buchstaben

$\beta_{BZ}$	Biegezugfestigkeit des Betons
$\beta_C$	Zylinderdruckfestigkeit des Betons
$\beta_P$	Prismendruckfestigkeit des Betons
$\beta_W$	Würfeldruckfestigkeit des Betons
$\beta_R$	Rechenwert der Betondruckfestigkeit
$\beta_{s,s}, \beta_{s,z}$	Streckgrenze des Betonstahls, des Spannstahls
$\beta_{z,s}, \beta_{z,z}$	Zugfestigkeit des Betonstahls, des Spannstahls
$\Delta l$	Spanngliedlängung
$\Delta \sigma_v$	Spannungszuwachs im Spannstahl infolge äußerer Last
$\Delta \epsilon_{v,u}$	Dehnungszuwachs des Spannstahls
$\epsilon_b$	Betondehnung
$\epsilon_{bv}$	Betondehnung in der Faser des Spannstahles
$\epsilon_v$	Spannstahldehnung
$\epsilon_{v,v}^{(0)}$	Vordehnung des Spannstahls
$\epsilon_{v,u}$	Spannstahldehnung im Bruchzustand
$\mu_v$	$100A_v/A_b$
$\mu_s$	$100A_s/A_b$
$\sigma_{v,v}^{(0)}$	Spannstahlspannung infolge Vordehnung
$\sigma_{v,u}$	Spannstahlspannung im Bruchzustand

## 1 EINLEITUNG

Die Spannbetonbauweise nimmt seit vielen Jahren wegen ihrer technischen und wirtschaftlichen Vorteile vor allem im Brücken- und Behälterbau eine bedeutende Stellung ein. Während zu Anfang die Vorspannarten mit und ohne Verbund noch in gleichem Maße angewendet wurden, so ist seit Anfang der 50-er Jahre die überwiegende Zahl der Spannbetontragwerke in Vorspannung mit Verbund ausgeführt worden. Ausschlaggebend hierfür waren die Vorteile des Verbundes zwischen Spannglied und Beton: Infolge der im Vergleich zur Vorspannung ohne Verbund höheren Spannkraftzunahme wird eine höhere Biegetragfähigkeit im Bruchzustand erzielt, die Durchbiegungen sind geringer und gleichzeitig bietet die direkte Umhüllung des Spannstahls mit Beton bei ausreichender Betondeckung und begrenzten Rißbreiten einen guten Korrosionsschutz.

Die Fehleranfälligkeit und die hohen Kosten der Verpreßarbeiten führten jedoch in neuerer Zeit wieder vermehrt zu einer Anwendung der Vorspannung ohne Verbund, insbesondere bei vorgespannten Flachdecken. Dies wurde auch durch eine verbesserte Technologie - der Entwicklung spezieller Spannglieder für die Vorspannung ohne Verbund - begünstigt. War der Korrosionsschutz für Spannglieder ohne Verbund früher noch eine Schwachstelle, so besitzen die neu entwickelten Spanungsverfahren schon werkseitig als Korrosionsschutz eine Kunststoffumhüllung, die mit einem fettartigen Dauer-Korrosionsschutzmittel ausgepreßt ist.

## 2 PROBLEMSTELLUNG UND ZIELSETZUNG

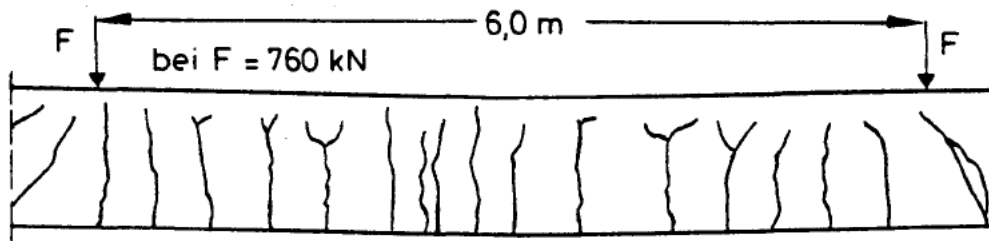
Die Biegebemessung von Spannbetonbauteilen hat zum Ziel, eine ausreichende Bruchsicherheit und ein einwandfreies Gebrauchsverhalten sicherzustellen. Hierzu sind sowohl für Vorspannung mit als auch ohne Verbund grundsätzlich zwei Grenzbetrachtungen gefordert: Einerseits ist nachzuweisen,

daß die um den Sicherheitsbeiwert erhöhten äußeren Schnittgrößen infolge Gebrauchslasten durch die inneren Bruchschnittgrößen aufgenommen werden, andererseits dürfen die im Gebrauchszustand auftretenden Rißbreiten bestimmte Grenzwerte nicht überschreiten.

Im Vergleich zur Vorspannung mit Verbund zeigen Bauteile mit verbundlosen Spanngliedern oberhalb der Rißlast ein zum Teil anderes Trag- und Verformungsverhalten, das für die Vorspannung ohne Verbund zu einigen Besonderheiten in der Bemessung führt. Biegerisse entstehen in einer Stahlbeton- oder Spannbetonkonstruktion, wenn die auftretenden Zugspannungen die örtliche Zugfestigkeit des Betons überschreiten. Weitere Biegerisse können sich nur dann bilden, wenn sich in einem gewissen Abstand vom ersten Biegeriß wieder Zugspannungen aufbauen, die erneut die Zugfestigkeit des Betons überschreiten. Während bei Bauteilen mit Verbundbewehrung die hierfür notwendigen Zugkräfte sowohl durch die Stahleinlagen (Verbundwirkung) als auch durch die ausmittige Einleitung der Biegedruckkraft (Scheibenwirkung) eingeleitet werden, können bei Bauteilen mit ausschließlich verbundloser Bewehrung weitere Risse nur durch die Scheibenwirkung erzeugt werden /7,21/. Die Folge hiervon ist, daß bei Vorspannung ohne Verbund die Rißabstände deutlich größer ausfallen als bei Bauteilen mit im Verbund liegender Bewehrung.

Ein Beispiel für das unterschiedliche Rißverhalten beider Vorspannarten zeigt Bild 2.1 mit zwei Rißbildern aus einer Untersuchung der Deutschen Bundesbahn zum Einfluß des Verbundes auf die Biegetragfähigkeit /18/. Beim Träger A mit Verbund bildeten sich zwischen den Lasten zahlreiche Risse mit annähernd gleichmäßigem Abstand. Beim Träger B ohne Verbund hingegen entstanden nur wenige Risse, die sich schon bei geringfügig erhöhter Rißlast weit öffneten. Das Rißbild zeigt auch die für die Vorspannung ohne Verbund typischen Rißvergabelungen, deren Ursache auf die Spaltzugwirkung der Biegedruckkraft zurückzuführen ist. Die im Vergleich zur Vorspannung mit Verbund größeren Rißbreiten lassen die Null-

Träger A mit Verbund



Träger B ohne Verbund

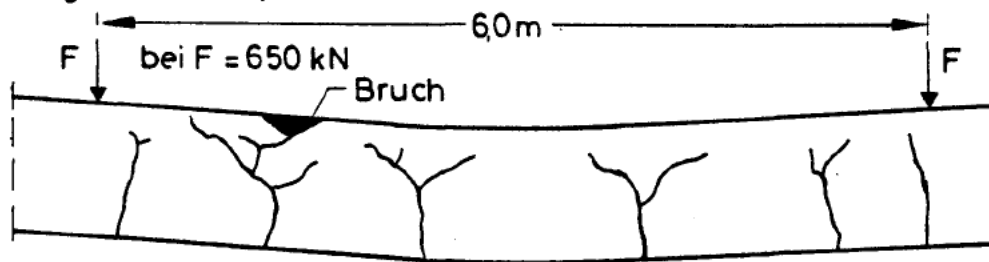


Bild 2.1: Rißbilder für Spannbetonträger mit und ohne Verbund nach /18/

linie weiter nach oben steigen, so daß es als Folge der vergrößerten Exzentrizität der Biegedruckkraft zu Rißvergabelungen kommt. Nach Auftreten der Rißvergabelungen ist meist nur noch eine geringfügige Laststeigerung möglich.

Zum Biegerißverhalten bei Vorspannung ohne Verbund im Gebrauchslastbereich sind von Iványi und Buschmeyer / 7,21/ ausführliche Untersuchungen ausgeführt worden, die als Grundlage für die Formulierung der Nachweise zur Rißbreitenbeschränkung in DIN 4227/6 dienten. Die experimentelle Überprüfung an einer Flachdecke /25/ zeigte, daß die Nachweise zur Beschränkung der Rißbreiten nach DIN 4227/6 die Gebrauchsfähigkeit von Bauteilen mit Vorspannung ohne Verbund ohne wesentliche Beeinträchtigung der Wirtschaftlichkeit sicherstellen.

Im Biegebruchverhalten zeigen Spannbetonbauteile mit und ohne Verbund ebenfalls deutliche Unterschiede. Vorgespannte Tragwerke mit Verbund verhalten sich im Bruchzustand ähnlich

wie Stahlbetontragwerke. Die Verbundgüte des Spannstahls reicht aus, um sicherzustellen, daß die Verformungen des Betons und die zusätzliche Spannstahllängung infolge äußerer Last in jedem Querschnitt gleich groß sind. Auf Grund dieser Verträglichkeitsbedingung wird die maximale Biegetragfähigkeit durch eine einfache Querschnittsanalyse bestimmt.

Ein Tragwerk mit Vorspannung ohne Verbund verhält sich dagegen wie ein getrenntes System aus Spannstahl und Beton. Das Spannglied besitzt zwischen den Verankerungsstellen in Längsrichtung freie Verschieblichkeit. Die Spannkraftzunahme der Spannglieder infolge äußerer Last läßt sich nicht mehr aus der Querschnittsanalyse eines einzelnen Querschnittes bestimmen, sondern anstelle der lokalen Verträglichkeit ist jetzt die Forderung nach der Verträglichkeit der gesamten Formänderungen entlang der Spanngliedachse zu erfüllen. Um die Spannkraftzunahme bis zum Bruch exakt voraussagen zu können, ist eine aufwendige iterative Integration der nicht-linearen Betonverformungen in der Faser des Spanngliedes erforderlich.

Die bisher bekannten Rechenansätze zur Bestimmung der Spanngliedkraft im Bruchzustand sind entweder Iterationsverfahren, welche die Spanngliedlängung über die Integration der Betonverformungen ermitteln, Verfahren nach der Plastizitätstheorie oder empirische Rechenansätze. Während die Iterationsverfahren mit erheblichem Rechenaufwand verbunden sind, fehlt den übrigen Ansätzen die Allgemeingültigkeit, da sie meist nur die Spannkraftzunahme für die eigenen Versuche des jeweiligen Verfassers genau beschreiben.

Da Spannbetonbauteile ohne Verbund in zunehmendem Maße sowohl im Hochbau als auch im Brückenbau /30, 32/ wirtschaftlich eingesetzt werden, erscheint es sinnvoll, die Spannkraftzunahme des verbundlosen Spanngliedes näher zu untersuchen. Vorspannung ohne Verbund liegt im übrigen auch während des Bauzustandes bei Bauteilen mit nachträglichem Verbund vor, insbesondere bei Brückenüberbauten, die im Frei-



vorbau erstellt werden. Mangelnde Erfahrungen über das hier maßgebende Bruchverhalten haben noch in letzter Zeit zu schwerwiegenden Unfällen /4, 43/ geführt.

In der 1982 eingeführten DIN 4227 Teil 6 ist nur für Platten ein praxisgerechtes Verfahren angegeben, daß eine einfache Berechnung der Spanngliedkraft im Bruchzustand ermöglicht. Ein vergleichbares Verfahren für balkenartige Bauteile liegt zur Zeit noch nicht vor. Da in den letzten 30 Jahren schon eine große Anzahl von experimentellen Untersuchungen zur Ermittlung der Biegetragfähigkeit von Bauteilen mit Vorspannung ohne Verbund durchgeführt worden sind, erscheint es erforderlich, alle zu diesem Themenkreis gehörenden Versuche systematisch zu erfassen und auszuwerten. Neben der Überprüfung der bekannten Rechenansätze bietet sich dann die Möglichkeit, die Parameter, welche den Spannungszuwachs im Bruchzustand beeinflussen, gezielt zu untersuchen, um ein einfaches und gleichzeitig wirklichkeitsnahes Rechenverfahren zu entwickeln.

### 3 DERZEITIGER KENNTNISSTAND

#### 3.1 Allgemeines

Für den Nachweis der Biegebruchtragfähigkeit sind eine Reihe von Rechenannahmen zu treffen, die grundsätzlich sowohl für Stahlbeton als auch für Spannbeton mit und ohne Verbund gelten. Die inneren Schnittgrößen werden unter der Annahme eben bleibender Querschnitte (Bernoulli-Hypothese) mit Hilfe der bekannten Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für Beton und Stahl aus vorgegebenen Dehnungen ermittelt. Die max. Betonstauchungen am Druckrand dürfen nach DIN 1045  $\epsilon_b = 3,5 \text{ ‰}$  nicht überschreiten, die Dehnungen der Bewehrung in der Zugzone sind auf  $\epsilon_s = 5,0 \text{ ‰}$  begrenzt. Eine Betonzugfestigkeit darf bei der Ermittlung der inneren Kräfte nicht in Rechnung gestellt werden, d.h. alle auftretenden Zugkräfte

sind der Bewehrung zuzuweisen. Deutliche Unterschiede zwischen Vorspannung mit und ohne Verbund bestehen jedoch bei der Ermittlung der im Bruchzustand auftretenden Spannstahldehnungen. Bei Vorspannung mit Verbund entspricht die Spannglieddehnung infolge äußerer Belastung auf Grund des Verbundes zwischen Stahl und Beton der Dehnung des umgebenden Betons (Bild 3.1). Die Dehnung des Spannstahls im Bruchzustand  $\epsilon_{v,u}$  ermittelt sich in jedem Querschnitt aus der Vordehnung des Spannstahls  $\epsilon_{v,v}^{(0)}$  und der Betondehnung in Höhe des Spanngliedes  $\epsilon_{bv,u}$ :

$$\epsilon_{v,u} = \epsilon_{v,v}^{(0)} + \epsilon_{bv,u} \quad (3.1)$$

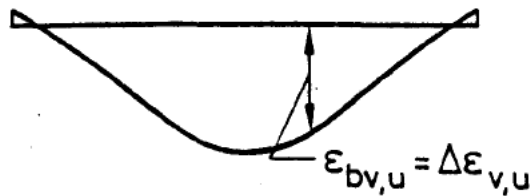
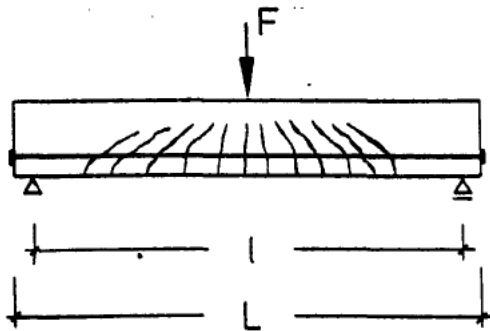
Ein verbundloses Spannglied dagegen kann sich gegenüber dem umgebenden Beton ungehindert verschieben (Bild 3.1). Die Vorspannkraft wird lediglich über Ankerkräfte und Umlenkpressungen in das Tragwerk eingeleitet. Die Spanngliedlänge läßt sich nicht mehr aus einer einzelnen Querschnittsanalyse bestimmen, sondern entspricht der Summe der Betonverformungen entlang der Spanngliedachse. Mit der Verträglichkeitsbedingung, die die Verformungen entlang der gesamten Spanngliedlänge  $L$  erfaßt, ergibt sich die Spannglieddehnung im Bruchzustand zu

$$\epsilon_{v,u} = \epsilon_{v,v}^{(0)} + \frac{1}{L} \int_0^L \epsilon_{bv,u} dx = \epsilon_{v,v}^{(0)} + \Delta \epsilon_{v,u} \quad (3.2)$$

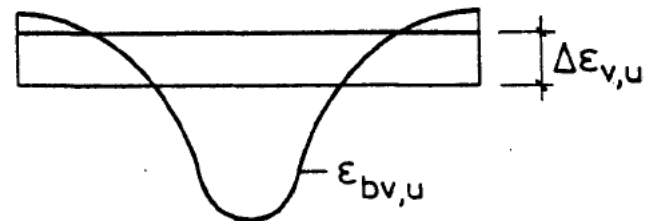
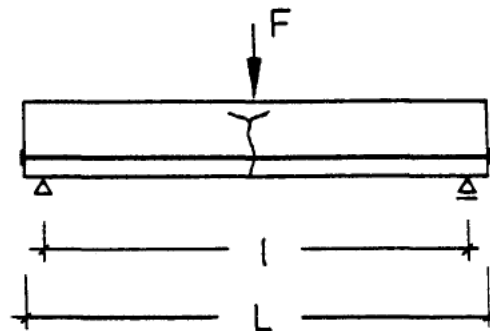
Der Dehnungszuwachs des verbundlosen Spanngliedes  $\Delta \epsilon_{v,u}$  ist unter Vernachlässigung der Spanngliedreibung entlang des Spanngliedes konstant.

Ist die Dehnung des verbundlosen Spanngliedes im Bruchzustand bekannt, können die aufnehmbaren Bruchschnittgrößen aus dem Gleichgewicht der inneren Kräfte wie bei Querschnitten mit im Verbund liegender Längsbewehrung ermittelt werden. Auf eine Herleitung der hierzu benötigten Beziehungen wird hier verzichtet, da dies in ausführlicher Form in /5, 26/ erfolgt. Auch die üblichen Bemessungshilfen wie z. B. dimensionslose Bemessungsdiagramme für Biegung mit Normal-

## SPANNBETON MIT VERBUND



## SPANNBETON OHNE VERBUND



**Bild 3.1:** Verlauf der Spannstahldehnungen entlang der Balkenachse für Vorspannung mit und ohne Verbund

kraft können zur Biegebemessung bei Vorspannung ohne Verbund angewendet werden, wenn die Normalkraft und das Moment infolge Vorspannung auf die Einwirkungsseite genommen, d. h. als äußere Schnittgrößen angesetzt werden. Der Unterschied zwischen den Biegebruchnachweisen bei Vorspannung mit und ohne Verbund besteht also lediglich darin, daß für verbundlose Spannglieder eine zusätzliche Ermittlung der Spannkraftzunahme im Bruchzustand erforderlich ist. Aus diesem Grund wird bei der nachfolgenden Untersuchung zur Biegetragfähigkeit bei Vorspannung ohne Verbund in erster Linie der Spannungszuwachs im Bruchzustand behandelt.

### 3.2 Empirische Näherungsverfahren

Die ersten Ansätze für eine näherungsweise Berechnung des Spannungszuwachses bei Spanngliedern ohne Verbund infolge äußerer Belastung gehen auf Baker /2/ zurück. Baker führte zur Berechnung der Spanngliedlänge einen Verträglichkeitsfaktor  $F$  ein:

$$F = \frac{\Delta \epsilon_{vu}}{\max \epsilon_{bv,u}} \quad (3.3)$$

Bei Vorgabe des Verträglichkeitsfaktors  $F$  und Begrenzung der maximalen Betondehnung  $\epsilon_{bv,u}$  läßt sich der Spannungszuwachs so auf einfache Art bestimmen. Nachdem Baker anfänglich die  $F$ -Werte zu 0,66 und 0,50 für Streckenlasten bzw. mittige Einzellasten definiert hatte, empfahl er in späteren Veröffentlichungen, den wesentlich vorsichtigeren Wert  $F = 0,10$  anzunehmen /3/.

In der Folgezeit wurden noch eine Reihe weiterer Untersuchungen zur genaueren Bestimmung des Verträglichkeitsfaktors durchgeführt: Nach Lorentsen /27/ beträgt  $F = 0,33$  für Balken mit Einzellasten in den Drittelpunkten; Tam und Pannell /37/ ermittelten für mittige Einzellasten  $F$ -Werte zwischen 0,11 und 0,20. Gifford /19/ stellte einen Zusammenhang zwischen dem  $F$ -Wert und bezogener Druckzonenhöhe  $k_x$  fest, den Janney/Hognestad/Mc Henry /23/ zu  $F = 1,1 \cdot k_x$  für völlige Momentenbilder definierten. Schließlich empfahl Mattock /28/, den sehr vorsichtigen Wert  $F = 0,37 \cdot k_x$  anzuwenden.

Da jedoch mit den Lösungsansätzen über ein konstantes Verhältnis zwischen der mittleren Spanngliedlänge und der max. Betondehnung wichtige Einflußgrößen wie Bewehrungsgehalt und Verformungsverhalten unterschiedlicher Betongüten nicht ausreichend genau erfaßt werden konnten, wurden von Warwaruk/Sozen/Siess /42/ und später von Mattock/Yamazaki/Kattula /29/ Näherungen entwickelt, die den Spannungszuwachs direkt aus dem Verhältnis  $\mu_v/\beta_p$  ableiten.

Die umfangreichen experimentellen Untersuchungen von Warwaruk/Sozen/Siess /42/ führten zu dem Ergebnis, daß der Spannungszuwachs mit abnehmendem Verhältnis  $\mu_v/\beta_p$  deutlich zunimmt.

$$\sigma_{v,u} = \sigma_{v,v}^{(0)} + 207 - 4,75 \frac{\mu_v}{\beta_p} \cdot 10^3 \quad \begin{matrix} [\text{N/mm}^2] & \mu_v & [\%] \\ & \beta_p & [\text{N/mm}^2] \end{matrix} \quad (3.4)$$

Mattock/Yamazaki/Kattula /29/ bestätigten die Abhängigkeit vom Verhältnis  $\mu_v/\beta_p$ .

$$\sigma_{v,u} = \sigma_{v,v}^{(0)} + 69 + \frac{14 \beta_p}{\mu_v} \quad \begin{matrix} [\text{N/mm}^2] & \mu_v & [\%] \\ & \beta_p & [\text{N/mm}^2] \end{matrix} \quad (3.5)$$

In geringfügig modifizierter Form wurde die Näherungslösung nach /29/ vom ACI-Committee 318-77 /1/ übernommen:

$$\sigma_{v,u} = \sigma_{v,v}^{(0)} + 69 + \frac{\beta_p}{\mu_v} \quad \begin{matrix} [\text{N/mm}^2] & \mu_v & [\%] \\ & \beta_p & [\text{N/mm}^2] \end{matrix} \quad (3.6)$$

$$\sigma_{v,u} \leq \sigma_{v,v}^{(0)} + 415 \quad [\text{N/mm}^2] \quad (3.7)$$

In der britischen Norm CP 110 / 9/ wird der Spannungszuwachs ebenfalls über das Verhältnis  $\mu_v/\beta_p$  definiert, wobei zusätzlich die Spanngliedspannung im Gebrauchszustand berücksichtigt wird. In Abhängigkeit vom Quotienten  $(\sigma_{v,v}^{(0)} \cdot \mu_v)/\beta_p$  ist das Verhältnis  $\sigma_{v,u}/\sigma_{v,v}^{(0)}$  in tabellarischer Form angegeben.

Speziell für Platten entwickelte Ritz /33/ ein Näherungsverfahren, dem ein Zusammenhang zwischen Spannungszuwachs und Durchbiegung  $f$  im Bruchzustand zugrundeliegt:

$$\sigma_{v,u} = \sigma_{v,v}^{(0)} + E_v \cdot \frac{\Delta l}{L} \quad (3.8)$$

$$\Delta l = \frac{4 f h_v}{(1 + n \cdot A_v / A_b) l} \quad (3.9)$$

In vereinfachter Form wurde dieser Ansatz in DIN 4227/6 /14/ und die Schweizer Norm SIA 162 /36/ übernommen:

$$\Delta l = \frac{3fh_v}{l} \quad (3.10)$$

Nach DIN 4227/6 wird für die Berechnung des Spannungszuwachses angenommen, daß bei Feldquerschnitten das untersuchte Feld bzw. bei Querschnitten über der Stütze die benachbarten Felder sich um  $f = 1/50$  durchbiegen. Hieraus ergibt sich ein Spannungszuwachs für Feldquerschnitte von

$$\Delta \sigma_v = \frac{\Delta l}{L} E_v \quad (3.11)$$

und für Querschnitte im Stützmomentenbereich von

$$\Delta \sigma_v = (\Delta l_1 + \Delta l_2) \frac{E_v}{L} \quad (3.12)$$

Mit diesem Ansatz kann die Spannkraftzunahme von Platten-tragwerken ohne großen Rechenaufwand zutreffend ermittelt werden. Mit abnehmender Schlankheit wird der Spannungszuwachs jedoch deutlich überschätzt, so daß eine Anwendung für balkenartige Bauteile nicht geeignet ist.

Ein vergleichbares Näherungsverfahren für balkenartige Tragwerke mit Vorspannung ohne Verbund wird in DIN 4227/6 nicht angegeben. Lediglich zur Untersuchung von Bauzuständen bei Vorspannung mit nachträglichem Verbund - hier liegt ebenfalls Vorspannung ohne Verbund vor, solange die Spannglieder noch nicht verpreßt sind - ist eine stark vereinfachende Regelung in DIN 4227/1 getroffen. Abhängig vom statischen System wird ein konstanter Spannungszuwachs angenommen: Für Einfeldträger beträgt der Spannungszuwachs  $\Delta \sigma = 110 \text{ N/mm}^2$ , für Kragträger  $\Delta \sigma = 50 \text{ N/mm}^2$ ; bei Durchlaufträgern soll kein Spannungszuwachs angesetzt werden.

### 3.3 Ansätze nach der Plastizitätstheorie

Die Lösungsansätze nach der Plastizitätstheorie gehen von folgenden Grundüberlegungen aus: Die für den Spannungszuwachs erforderlichen Bauteilverformungen konzentrieren sich in sogenannte plastischen Gelenken, während die übrigen Tragwerksbereiche weitgehend unverformt bleiben und nur einen vernachlässigbaren Beitrag zur Spannkraftzunahme liefern. Aus der Verformung der sich im Bruchzustand einstellenden Gelenkkette wird die Spanngliedlänge ermittelt.

Nach Untersuchungen von Tam/Pannell / 37/ kann bei Einfeldträgern mit mittiger Einzellast die plastische Gelenklänge als 10,5-fache Druckzonenhöhe angenommen werden:

$$l_G = 10,5 \cdot k_x \cdot h_v \quad (3.13)$$

Unter Annahme linearer Dehnungsverteilung kann aus einer vorgegebenen Stauchung  $\epsilon_b = -3,0 \text{ ‰}$  des Druckrandes die Betondehnung  $\epsilon_{bv}$  in Höhe des Spanngliedes bestimmt werden.

$$\epsilon_{bv} = \frac{1 - k_x}{k_x} \cdot \epsilon_b \quad (3.14)$$

Mit der Gelenklänge nach Gl. 3.13 ergibt sich hieraus eine Spanngliedlänge von

$$\Delta l = 10,5 \cdot h_v \cdot (1 - k_x) \cdot \epsilon_b \quad (3.15)$$

Bruggeling / 6/ stellt für die Berechnung des Spannungszuwachses eine Beziehung zwischen Gelenkrotation und Durchbiegung her. Er nimmt an, daß sich z. B. bei einem Einfeldträger (vergl. Bild 3.2) die gesamten Verformungen in einem Rißquerschnitt in Feldmitte konzentrieren. Aus den Beziehungen für die Rißöffnung  $w$  und die Durchbiegung  $f$

$$\begin{aligned} w &= 2\alpha \cdot z \\ f &= \alpha \cdot \frac{l}{2} \end{aligned} \quad (3.16)$$

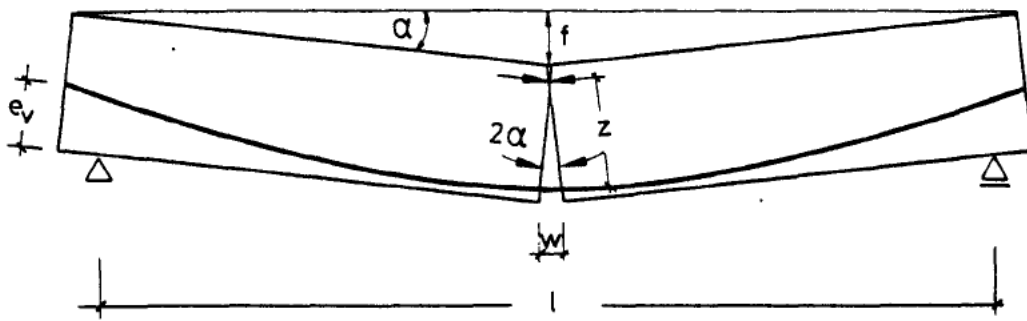


Bild 3.2 Bruchmechanismus nach Bruggeling /6/

kann die Spanngliedlänge infolge äußerer Belastung zu

$$\Delta l = \frac{4f \cdot z}{l} \quad (3.17)$$

bestimmt werden. Die max. Durchbiegung  $f$  im Bruchzustand beträgt nach Bruggeling

$$\begin{aligned} f &= 0,9 h_v - e_v \\ f &\leq 0,02 l \end{aligned} \quad (3.18)$$

Thomas gibt in / 38/ für diesen Rechenansatz eine verbesserte Gleichung zur Bestimmung der Durchbiegung an.

$$f = d - 0,05 h_v - e_v \quad (3.19)$$

Von ähnlichen Überlegungen ausgehend, schlägt Copier /12/ vor, die Spannkraftzunahme infolge äußerer Belastung aus der plastischen Gelenkverdrehung (Bild 3.3) zu berechnen. Eine Verdrehung des plastischen Gelenkes von

$$\psi = \frac{\epsilon_b \cdot \Theta \cdot h_v}{x} \quad (3.20)$$

bewirkt eine Spanngliedlänge von

$$\Delta l = \psi (h_v - x) \quad (3.21)$$



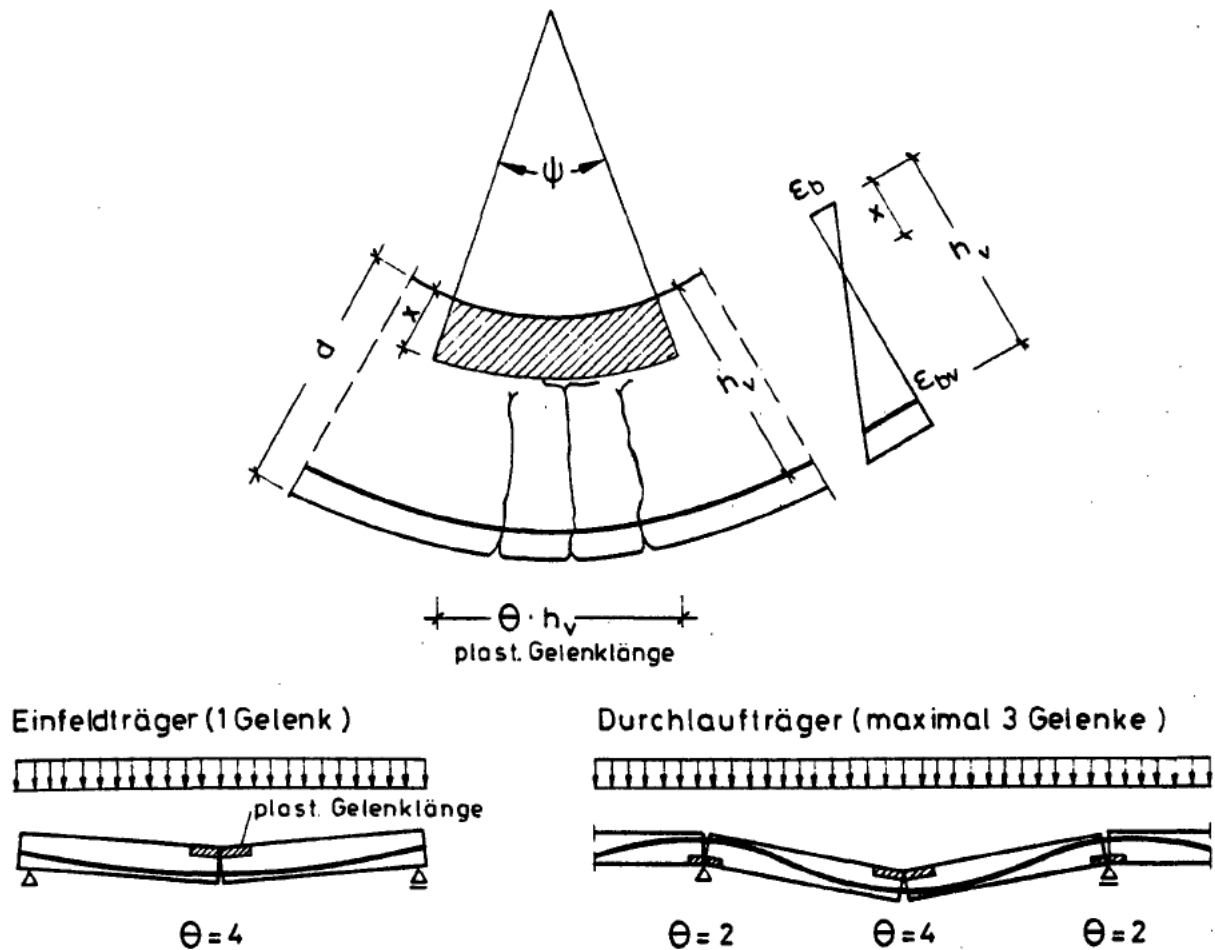


Bild 3.3: Bruchmechanismus nach Copier /12/

Je nach Zahl der plastischen Gelenke beträgt der Spannungszuwachs

$$\Delta \sigma_v = \frac{E_v}{L} \sum_{j=1}^3 \psi_j (h_{vj} - x_j) \quad (3.22)$$

Während sich bei Einfeldträgern nur ein plastisches Gelenk bildet, können bei Durchlaufträgern bis max. 3 Gelenke auftreten. Die Länge der einzelnen plastischen Gelenke  $l_G = \Theta \cdot h_v$  richtet sich der Lage des Gelenkes: Für Feldquerschnitte beträgt der Beiwert  $\Theta = 4$  und bei Querschnitten über der Stütze  $\Theta = 2$ . Der Lösungsansatz von Copier wurde in unveränderter Form in die niederländische Spannbetonnorm /40/ übernommen.

In einer neueren Untersuchung befassen sich Bauer/Geymayer/Rock /4/ mit der Gelenkbildung bei Kragträgern. Nach /4/ ist die Länge des plastischen Gelenkes in erster Linie von der Betonfestigkeit abhängig: Bei den untersuchten Versuchskörpern mit der Betongüte B 25 betrug die Gelenklänge im Mittel das 1,7-fache der Druckzonenhöhe und bei einer Betongüte B 40 das 2,3-fache, wobei im gesamten Gelenkbereich am Druckrand eine max. Stauchung von  $\varepsilon_b = 3,5 \text{ ‰}$  angesetzt wurde. In Anlehnung an Tam/Pannell / 37/ ergibt sich hieraus bei Annahme einer Druckzonenhöhe von ca.  $0,22 \cdot h_v$  folgender Näherungsansatz:

$$\begin{aligned} \text{B25} \quad \Delta G_v &= 0,0048 E_v \cdot \frac{h_v}{L} \\ \text{B40} \quad \Delta G_v &= 0,0064 E_v \cdot \frac{h_v}{L} \end{aligned} \quad (3.23)$$

Nach /4/ besitzt eine im Verbund liegende zusätzliche Längsbewehrung auf die Höhe des Spannungszuwachses keinen Einfluß. Die Betonstahlbewehrung bewirkte lediglich eine günstigere Rißverteilung; der gemessene Spannungszuwachs war jedoch bei Vergleichsbalken mit und ohne zusätzliche Betonstahlbewehrung nahezu identisch.

### 3.4 Integrationsmethode

Die Rechenansätze nach der Integrationsmethode bestimmen die Längenänderung des Spannstahls als Summe aller Dehnungen des Betons in Höhe des Spanngliedes zwischen den Verankerungen. Bei allen Verfahren nach der Integrationsmethode ist ein iterativer Rechengang erforderlich: Der zu Anfang der Berechnung geschätzte Spannungszuwachs des Spanngliedes ist solange zu variieren, bis die geschätzte und die aus den Betonverformungen berechnete Spanngliedlänge ausreichend genau übereinstimmen.

Rüsch/Kordina/Zelger /35/ entwickelten ein Verfahren zur Berechnung des Spannungszuwachses unter Verwendung von experimentell ermittelten Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für den Beton, wobei der Einfluß einer zusätzlichen Betonstahlbewehrung in der Zugzone auf das Verformungsverhalten des Betons nicht berücksichtigt wird. Obwohl der Rechenansatz für die praktische Anwendung bei Spannbetonbalken mit rechteckiger Druckzone in Form von Hilfstafeln aufbereitet ist, ist die Berechnung des Spannungszuwachses auch für den einfachsten Fall eines statisch bestimmten Trägers mit beträchtlichem Rechenaufwand verbunden.

Eine geschlossene Lösung zur Ermittlung der Spanngliedlänge wird von Plähn in /31/ für den Sonderfall des statisch bestimmten Trägers mit rechteckigem Querschnitt und gleichmäßig verteilter Belastung angegeben. Auch bei diesem Iterationsverfahren ergibt sich u. a. wegen der aufwendigen Lagebestimmung der Betondruckkraft ein erheblicher Rechenaufwand.

Huber/Salvay /20/ erweiterten die Anwendung der Integrationsmethode auf Balken mit Plattenbalken- und I-Querschnitt bei beliebiger Anordnung der Belastung. Hier wird allerdings eine besondere Schwierigkeit der Verfahren nach der Integrationsmethode deutlich, die Integrationsgrenze beim Übergang von Zustand I zu Zustand II richtig zu definieren. Die Fehler bei der Bestimmung der Integrationsgrenzen wirken sich bei konstantem oder völligem Momentenverlauf weniger aus als bei steilem Momentenverlauf mit geringer Länge der gerissenen Zugzone.

Ebenfalls nach der Integrationsmethode bestimmt ein neuerer Ansatz von Cieřla /10/ den Spannungszuwachs. Allerdings wird von Cieřla das nichtlineare Verformungsverhalten des Tragwerks im gerissenen Zustand noch nach der Methode mit bereichsweise verminderten Ersatzsteifigkeiten berücksichtigt. Auf Grund dieser Vereinfachung erscheint dieser Lösungsansatz weniger geeignet, da er genauso rechenintensiv

wie die übrigen Iterationsverfahren ist.

Von allen Verfahren, die nach der Integrationsmethode arbeiten, ist der Rechenansatz von Trost/Cordes/Weller / 39/ am weitesten entwickelt. Es wird angenommen, daß für das Biegebruchversagen der Beton in der Druckzone maßgebend ist. Bei der iterativen Bestimmung des aufnehmbaren Bruchmomentes wird die Höhe der Druckzone solange variiert, bis die mit der Betondruckkraft im Gleichgewicht stehende Spanngliedkraft im Bruchquerschnitt und die Spanngliedkraft, die sich aus den Betondehnungen entlang der Spanngliedachse ergibt, übereinstimmen.

#### 4 SPANNKRAFTZUNAHME BEI EINFELDTRÄGERN

##### 4.1 Lösungsansatz über die Rotationsfähigkeit

Da die Längung des verbundlosen Spanngliedes im Bruchzustand der Summe der Betonverformungen in der Faser des Spanngliedes zwischen den Verankerungspunkten entspricht, ist es für eine genaue Berechnung des Spannungszuwachses erforderlich, die Verformungen des Beton entlang der Balkenlängsachse kontinuierlich zu erfassen. Der Verformungszustand eines Bauteils kann hinreichend genau durch die Bauteilkrümmung  $\kappa$  ausgedrückt werden. Mit Hilfe von Momenten-Krümmungs-Beziehungen läßt sich so das nichtlineare Verformungsverhalten im Vergleich zur klassischen Elastizitätstheorie ( $EI = \text{const.}$ ) auf einfache Weise richtig erfassen.

Nach Bild 4.1 besteht zwischen den Dehnungen am Zug- und Druckrand und der Krümmung  $\kappa$  folgende Beziehung:

$$\kappa = \frac{d\alpha}{dx} = \frac{|\epsilon_1| + |\epsilon_2|}{d} \quad [m^{-1}] \quad (4.1)$$

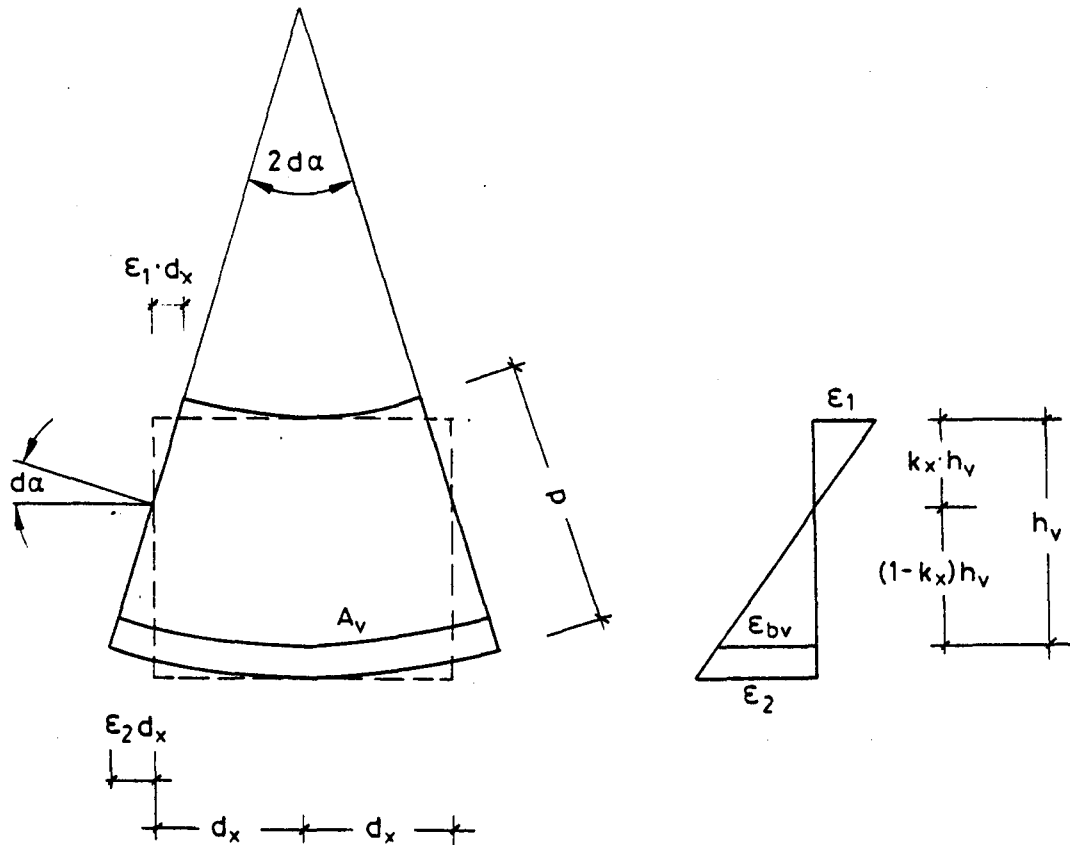


Bild 4.1: Verformtes Balkenelement

Die für die Berechnung der Spanngliedlänge erforderliche Betondehnung in der Spanngliedachse läßt sich aus der Krümmung  $\kappa$  und dem Abstand zwischen Nulllinie und Spanngliedachse zu

$$\epsilon_{bv} = \kappa(1-k_x)h_v \quad (4.2)$$

ermitteln. Die gesuchte Spanngliedlänge erhält man durch die Integration der Betondehnungen entlang des Spanngliedes zu

$$\Delta l_v = \int \epsilon_{bv} \cdot dx = \int \kappa(x)(1-k_x)h_v dx \quad (4.3)$$

In Bild 4.2 ist der typische Verlauf der Krümmungen für einen Balken mit Vorspannung ohne Verbund dargestellt. Die Krümmungen setzen sich aus einem elastischen  $\kappa_{el}$  und einem plastischen Anteil  $\kappa_{pl}$  zusammen.

$$\kappa(x) = \kappa_{el}(x) + \kappa_{pl}(x) \quad (4.4)$$

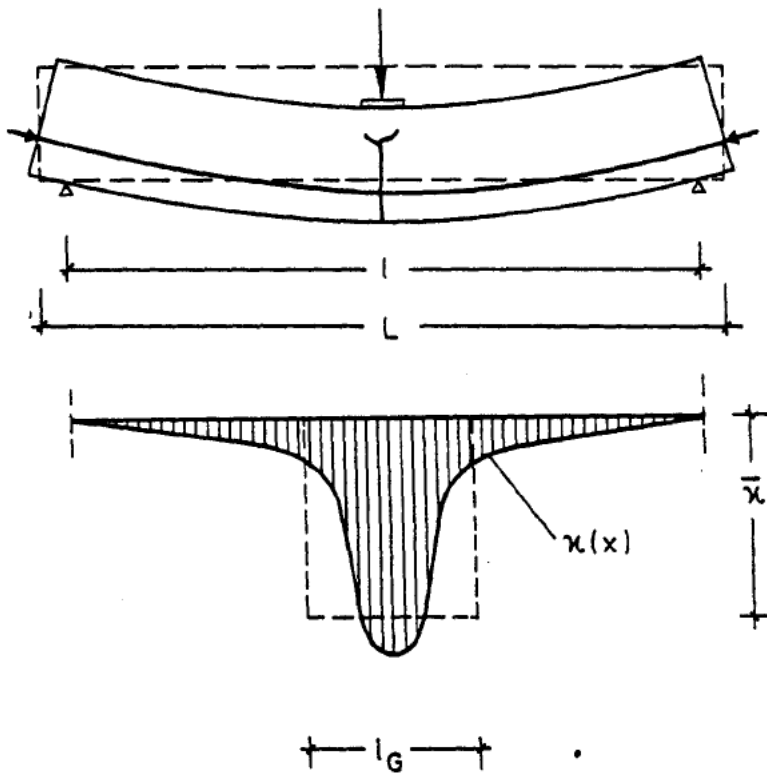


Bild 4.2: Krümmungsverlauf entlang der Balkenachse

Solange sich das Bauteil bei geringer Beanspruchung noch im ungerissenen Zustand befindet, treten nur elastische Krümmungen auf und der Krümmungsverlauf ist affin zum Momentenverlauf. Beim Übergang vom Zustand I in den gerissenen Zustand nehmen die Krümmungen überproportional zu, wobei der Anteil der hier auftretenden plastischen Krümmungen gegenüber den elastischen Krümmungen deutlich überwiegt. Während sich die elastischen Krümmungen auch im gerissenen Zustand annähernd affin zum Momentenverlauf einstellen, sind plastische Krümmungen nur in hochbeanspruchten Abschnitten des Bauteils zu finden. Plastische Verformungen (Krümmungen) treten auf, sobald entweder die Biegezugbewehrung bei schwachbewehrten Querschnitten die Streckgrenze überschreitet oder die Grenzstauchung des Betons erreicht wird. Nach der Definition der CEB / 8/ sind oberhalb einer Stauchung von  $\varepsilon_b = 2,0 \text{ ‰}$  plastische Stauchungen der Betondruckzone

zu erwarten. Die Verformungen in solchen Tragwerksbereichen mit hohen Krümmungen werden in der Literatur als Gelenkrotation bezeichnet. Bauteile, die große Krümmungen zulassen, ohne dabei zu Bruch zu gehen, besitzen eine hohe Rotationsfähigkeit. Der Begriff Rotationsfähigkeit schließt sowohl plastische als auch elastische Verformungen ein. Besitzt ein Tragwerk mit Vorspannung ohne Verbund eine hohe Rotationsfähigkeit, so ist ein angemessen hoher Spannungszuwachs im Bruchzustand zu erwarten.

Eine genaue Berechnung der Spannkraftzunahme des verbundlosen Spanngliedes im Bruchzustand kann nach Gl. (4.3) mit bekannten  $M$ - $\kappa$ -Beziehungen auf iterativem Wege durchgeführt werden. Diese Iteration ist erforderlich, da die verwendeten  $M$ - $\kappa$ -Beziehungen in hohem Maße von der einwirkenden Normalkraft (Vorspannkraft) abhängig sind, deren Größe durch die Rechnung erst ermittelt werden soll. Aus diesem Grund muß zu Anfang der Iteration die Spannkraftzunahme abgeschätzt werden und solange variiert werden, bis die angenommene Spanngliedlänge und die nach Gl. (4.3) berechnete Betonverformung ausreichend genau übereinstimmen.

Der beschriebene Lösungsweg soll hier nicht weiter untersucht werden, da ein iteratives Rechenverfahren in dieser Form für eine baupraktische Anwendung zu aufwendig erscheint. Weiterhin ist auch zu erwarten, daß bei einem derartigen Rechenverfahren der erforderliche Rechenaufwand in einem ungünstigen Verhältnis zur Wirklichkeitsnähe der Rechenergebnisse steht, weil Rechengrundlagen über die Verformungseigenschaften des Betons, besonders in der gerissenen Zugzone, noch vergleichsweise unsicher sind. Besondere Schwierigkeiten bereitet es auch, den Übergang von Zustand I zum gerissenen Zustand genau zu definieren, weil die hier maßgebende Zugfestigkeit großen Streuungen unterworfen und von vielen schwer abzuschätzenden Einflüssen abhängig ist. Daher erscheint es angemessener, einen vereinfachten Rechenansatz zu entwickeln, der ebenfalls von den Bauteilverformungen auf die Spanngliedlänge zurückschließt.

Tragglieber mit verbundloser Bewehrung neigen im Vergleich zu Bauteilen mit im Verbund liegender Längsbewehrung im Bruchzustand stärker zur Bildung von Rotationsgelenken. Dies ist in erster Linie auf das andersartige Rißverhalten zurückzuführen. Während Bauteile mit Verbundbewehrung im Bruchzustand meist ein breitangelegtes Rißbild mit engen Rißabständen zeigen, bilden sich bei Traggliedern, die ausschließlich mit Spanngliedern ohne Verbund bewehrt sind, meist nur wenige Risse, die auf den Bereich der max. Momentenbeanspruchung konzentriert sind. Die Folge einer solchen abschnittsweise konzentrierten Rißbildung ist eine starke Gelenkrotation, während gleichzeitig die ungerissenen Tragwerksabschnitte vergleichsweise geringe Anteile zur Gesamtverformung liefern. Für die Spannkraftzunahme kann hieraus geschlossen werden, daß für die Längung des verbundlosen Spanngliedes infolge äußerer Momentenbeanspruchung im wesentlichen nur die "Gelenkzonen" von Bedeutung sind und die Verformungen der übrigen ungerissenen Tragwerksbereiche weitgehend vernachlässigt werden können. Die Höhe der Spannkraftzunahme ist somit weitgehend allein von der Länge der "Gelenkzonen" und von der Rotationsfähigkeit der Gelenkzone abhängig.

Führt man diese Überlegung in Gl. (4.3) ein, so ergibt sich mit einer bereichsweisen konstanten Krümmung  $\bar{\kappa}$  und der Gelenklänge  $l_G$  (vergl. Bild 4.2) die Spanngliedlängung  $\Delta l_v$  zu

$$\Delta l_v = \int_0^{l_G} \kappa(x)(1-k_x)h_v dx = \bar{\kappa}(1-k_x)h_v \cdot l_G \quad (4.5)$$

Der zugehörige Spannungszuwachs des verbundlosen Spanngliedes kann dann mit der Länge  $L$  zwischen den Verankerungen zu

$$\Delta \sigma_v = \frac{\Delta l}{L} \cdot E_v = \frac{E_v}{L} \bar{\kappa}(1-k_x)h_v \cdot l_G \quad (4.6a)$$

bestimmt werden.



Für die Berechnung des Spannungszuwachses sind die Gelenklänge  $l_G$  und die bezogene Krümmung  $\bar{\kappa} = (1 - k_x) \cdot h_y$  zu definieren. Von welchen Einflüssen diese beiden Größen abhängig sind, soll durch eine systematische Auswertung von Versuchen, die zur experimentellen Bestimmung des Spannungszuwachses ausgeführt wurden, erfolgen. Es ist zu erwarten, daß die Gelenklänge hauptsächlich von der Form des Momentenverlaufs und der Lasteinleitungsbreite bestimmt wird. Hier ist in erster Linie zu untersuchen, wie sich die Anordnung der Lasten - Einzellast oder mehrere verteilte Lasten - auf die Gelenklänge auswirkt. Die wesentlichen Einflußgrößen auf die bezogene Krümmung werden der Vorspanngrad, die Betongüte, der Längsbewehrungsgrad und die Querschnittsform sein.

Ausgangspunkt der Parameterstudie sind die Forschungsergebnisse auf dem Gebiet der Rotationsfähigkeit von Traggliedern mit im Verbund liegender Bewehrung. Die hier gewonnenen Erkenntnisse können zwar nicht pauschal auf die Vorspannung ohne Verbund übertragen werden, jedoch lassen sich hiermit einzelne Tendenzen oder Einflüsse abschätzen. Zur Rotationsfähigkeit von Traggliedern mit im Verbund liegender Längsbewehrung sind in der Vergangenheit ausführliche Untersuchungen durchgeführt worden. Die wesentlichen Ergebnisse lassen sich folgendermaßen zusammenfassen:

- Abhängigkeit von der Form der Momentenlinie:

Unter konstanter Momentenbeanspruchung entwickelt sich ein vergleichsweise breiter Bereich mit plastischen Verformungen (große Gelenklänge), während bei stark veränderlichem Momentenverlauf nur in den Momentenspitzen starke Gelenkrotationen auftreten /16/.

- Bewehrungsgrad:

Schwach bewehrte Querschnitte besitzen im Vergleich zu hochbewehrten Querschnitten eine deutlich höhere Rotationsfähigkeit, die auf den geringeren Ausnutzungsgrad der Betondruckzone zurückzuführen ist. Da ein schwachbewehrter Querschnitt

nur eine vergleichsweise kleine Druckzone zur Aufnahme der Biegedruckkraft benötigt, wird einerseits ein weites Aufreißen des Querschnitts (hohe Nulllinienlage) ermöglicht und andererseits können am oberen Druckrand größere Bereiche der Druckzone plastiziert werden, ohne daß die Tragfähigkeit der Biegedruckzone gefährdet ist.

- Einfluß einer Längsdruckkraft:

Wirken neben den Biegemomenten gleichzeitig Längsdruckkräfte wie z. B. eine Vorspannungskraft, so wird die Rotationsfähigkeit deutlich vermindert. Längsdruckkräfte bewirken eine Vergrößerung der Biegedruckzone bei gleichzeitig kleineren Dehnungen auf der Zugseite.

- Betongüte:

Mit steigender Betongüte nimmt die Rotationsfähigkeit zu. Allerdings wird die höhere Rotationsfähigkeit durch geringere Ausnutzung der Betondruckzone zum Teil durch das sprödere Materialverhalten bei hohen Betongüten ausgeglichen.

- Querbewehrung in der Betondruckzone:

Eine erhebliche Steigerung der möglichen Krümmungen läßt sich durch eine Umschnürung der Biegedruckzone mit einer Wendelbewehrung erzielen. Obwohl die Verformbarkeit der Biegedruckzone auf ein mehrfaches gesteigert werden kann /16/, ist diese Art der Bewehrungsführung aus wirtschaftlichen Gründen im Zusammenhang mit der Vorspannung ohne Verbund baupraktisch von untergeordneter Bedeutung. Eine derartige Bewehrung wird nur in Sonderfällen bei der gezielten Ausbildung von Gelenkpunkten zur Anwendung kommen.

#### 4.2 Einflußgrößen auf die Spannkraftzunahme

Aus den Ausführungen der vorangegangenen Abschnitte ist deutlich geworden, daß die Rotationsfähigkeit bzw. der Spannungszuwachs in erster Linie von folgenden Einflußgrößen bestimmt wird:

- Verteilung und Anordnung der Lasten über die Balkenlänge
- Spannbewehrungsgrad  $\mu_v$
- Betongüte
- Betonstahlbewehrungsgrad  $\mu_s$
- Querschnittsform

Die Einflußgrößen auf die Rotationsfähigkeit und die hieraus resultierende Spannkraftzunahme der verbundlosen Spannglieder werden über eine systematische statistische Auswertung (Regressionsanalyse) von Versuchsergebnissen bestimmt. Hierzu wird der Lösungsansatz nach Gl. (4.29a) in einen Produktansatz überführt:

$$\Delta G_v = \frac{E_v}{L} \cdot \underbrace{k_b \cdot k_v \cdot k_s \cdot k_f}_{\approx \bar{\chi} (1 - k_x)} \cdot l_G \quad (4.6b)$$

Hierin bedeuten:

$k_b$	Beiwert für die Betondruckfestigkeit $\beta_p$
$k_v$	Beiwert für den Spannbewehrungsgrad $\mu_v$
$k_s$	Beiwert für den Betonstahlbewehrungsgrad $\mu_s$
$k_f$	Beiwert für die Querschnittsform
$l_G$	wirksame Gelenklänge in m
$L$	Spanngliedlänge in m

Die Abhängigkeit des Krümmungsverhaltens von bestimmten Parametern ließe sich anhand von systematischen Versuchsserien, bei denen der untersuchte Parameter unter Beibehaltung aller übrigen Merkmale variiert wird, optimal bestimmen. Allerdings wäre hierzu eine Vielzahl von Versuchsserien erforderlich, die bis zum heutigen Zeitpunkt nicht vorliegen.

Da systematische Versuchsserien fehlen, müssen bei der Regressionsanalyse zur Gewinnung von Teilabhängigkeiten bestimmte Annahmen getroffen werden, deren Richtigkeit nachfolgend durch indirekte Vergleiche überprüft wird. Da bei der Entwicklung von empirischen Zusammenhängen die einzelnen Phasen der Approximation von untergeordneter Bedeutung sind und es auf die Güte der erzielten Endergebnisse ankommt, werden hier nur die wichtigsten Entwicklungsstadien erläutert.

Nach Kenntnis der Verfasser wurden bis heute ca. 200 Versuche zur Bestimmung des Spannungszuwachses bei der Vorspannung ohne Verbund durchgeführt. Hiervon werden 152 Versuche in die statischen Auswertung mit einbezogen, da von den restlichen Versuchen nur unvollständige Versuchsdaten vorliegen. Alle ausgewählten Versuche endeten mit einem eindeutigen Biegebruchversagen, d.h. Versagen der Biegedruckzone oder der Biegezugbewehrung.

Einflußgrößen		Minimalwert	Maximalwert
Betongüte	$\beta_w$ [N/mm <sup>2</sup> ]	12,5	75,0
Längsbewehrungs- prozentsätze	$\mu_s$ [%]	0,0	1,0
	$\mu_v$ [%]	0,06	1,80
Zentrische Vorspannung	$\sigma_N$ [N/mm <sup>2</sup> ]	1,0	6,2
Schlankheit	$l/h$ [-]	8,8	420

Tabelle 4.1: Extremwerte wichtiger Einflußgrößen bei den ausgewählten Versuchen

Der größte Teil der Versuchskörper waren Einfeld-Balken ( $n = 92$ ) und einfeldrige Plattenstreifen ( $n = 38$ ). Neben 22 Versuchen an Kragträgern liegen nur insgesamt 7 auswertbare Versuche an Durchlaufträgern vor. Die genauen Daten aller Versuchsbalken sind im Anhang zusammengestellt. In Tabelle 4.1 sind die Größt- und Kleinstwerte einer Reihe wichtiger Einflußgrößen der Versuchskörper wiedergegeben.

#### 4.2.1 Anordnung und Verteilung der Belastung (Beiwert $l_G$ )

Durch die Anordnung und Verteilung der Lasten wird über das sich einstellende Rißbild die Spannkraftzunahme direkt beeinflußt. Besteht die Belastung nur aus einer Einzellast, bildet sich entsprechend dem steilen Momentengradienten meist nur im unmittelbaren Lasteinleitungsbereich ein einzelner Biegeriß. Bei mehreren Lasten oder unter Strecklasten nimmt die Länge der gerissenen Zugzone deutlich zu. Analog zum Rißbild entwickelt sich auch die Spannkraftzunahme des verbundlosen Spanngliedes, so daß aus der Verteilung der Lasten über die Balkenlänge direkt auf die Höhe des Spannkraftzuwachses geschlossen werden kann. Allerdings ist zu berücksichtigen, daß sich je nach Lastanordnung in den Gelenkpunkten unterschiedlich starke Querschnittsrotationen einstellen. Während sich unter einer Einzellast ein verhältnismäßig kurzes Gelenk mit hoher Rotation ausbildet, sind bei großer Gelenklänge die zu erwartenden Querschnittsrotationen deutlich kleiner, wobei allerdings die Gesamtverformung größer ist als bei einem kurzen Gelenk. Da in dem gewählten Ansatz für die Rotationsfähigkeit der Einfluß der Gelenklänge auf die Größe der Rotation nicht berücksichtigt wird, muß dieser Einfluß über die Gelenklänge erfaßt werden; d.h. bei extrem kurzen Gelenken, wie z.B. unter einer Einzellast ist eine größere Gelenklänge anzusetzen als die tatsächliche Länge der gerissenen Zugzone bzw. bei einer konstanten Streckenlast über die gesamte Stützweite eine geringere Gelenklänge als die Stützweite.

Um den Zusammenhang zwischen der Gelenklänge  $l_G$  und der Anordnung der Lasten zu verdeutlichen, ist in Bild 4.3 die auf die Stützweite bezogene Gelenklänge  $l_G/l$  in Abhängigkeit des Quotienten  $l_B/l$  aufgetragen. Die bezogene Gelenklänge  $l_G/l$  wird dabei aus dem im Versuch gemessenen Spannungszuwachs  $\Delta\sigma_{v,gem}$  und den Beiwerten  $k_b$ ,  $k_v$ ,  $k_s$  und  $k_f$  ermittelt, die die übrigen Einflußgrößen auf den Spannungszuwachs zusammenfassen. Mit  $l_B$  wird der Abstand der Lastpunkte bezeichnet.

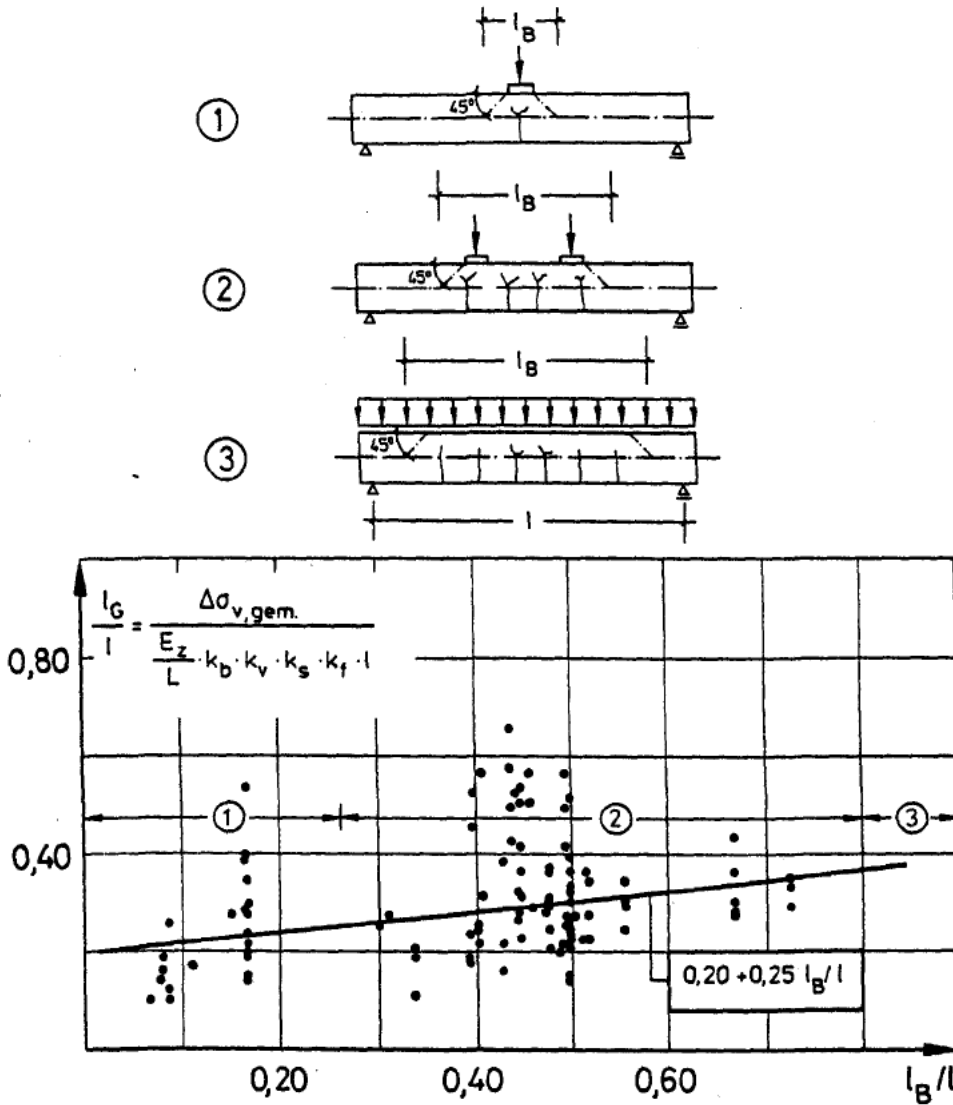


Bild 4.3: Einfluß der Lastanordnung auf die Gelenklänge

Nach Bild 4.3 läßt sich die Gelenklänge in Abhängigkeit von der Verteilung der Lasten mit dem Ansatz

$$\frac{l_G}{l} = 0,2 + 0,25 \frac{l_B}{l} \quad (4.7)$$

beschreiben.

#### 4.2.2 Betongüte und Spannbewehrungsgrad ( $k_v$ , $k_b$ )

Aus den grundsätzlichen Überlegungen zur Rotationsfähigkeit ist deutlich geworden, daß der Spannungszuwachs im wesentlichen vom Spannbewehrungsgrad und der Betongüte abhängig ist. Mit abnehmendem Spannbewehrungsgrad  $\mu_v$  und steigender Betongüte  $\beta_p$  nimmt die Rotationsfähigkeit zu; d.h. die Spann-

kraftzunahme muß sich abhängig vom Verhältnis  $\beta_p/\mu_v$  entwickeln. Um diese Abhängigkeit zu überprüfen, ist in Bild 4.4 das Produkt der Beiwerte  $k_b \cdot k_v$ , die den Einfluß der Betondruckfestigkeit und des Spannbewehrungsgehaltes wiedergeben, über das Verhältnis  $\beta_p/\mu_v$  aufgetragen. Es ist deutlich zu erkennen, daß die Größe  $k_b \cdot k_v$  mit dem Verhältnis  $\beta_p/\mu_v$  annähernd linear ansteigt. Für große Werte  $\beta_p/\mu_v$  ist keine eindeutige Zunahme festzustellen, so daß eine obere Grenze definiert werden kann. Der Zusammenhang zwischen den gesuchten Beiwerten  $k_b \cdot k_v$  und dem Verhältniswert  $\beta_p/\mu_v$  kann mit dem bilinearen Ansatz

$$k_b \cdot k_v = \left( 2,0 + \frac{0,03 \beta_p}{\mu_v} \right) 10^{-3} \quad (4.8)$$

$$k_b \cdot k_v \leq 9,0 \cdot 10^{-3}$$

erfaßt werden. Der Quotient  $0,03 \beta_p/\mu_v$  wird auf den Wert 7,0 begrenzt, da der Spannungszuwachs sonst für hohe Betonfestigkeiten und geringe Spannbewehrungsgrade ins Unendliche ansteigen würde.

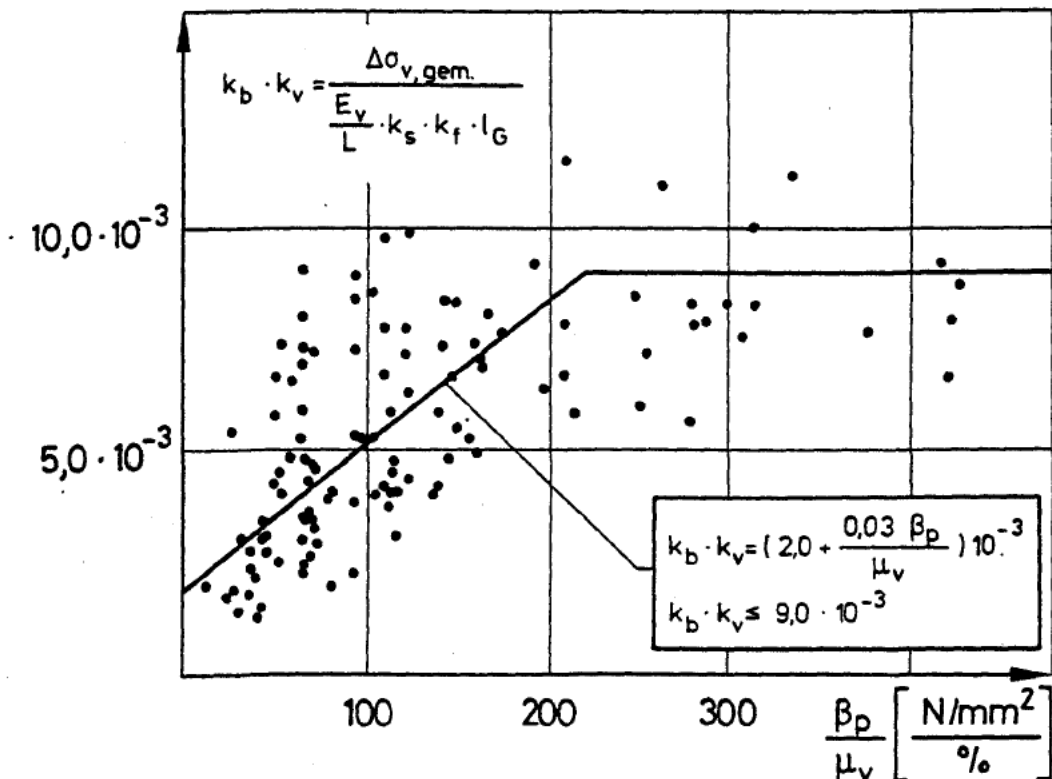


Bild 4.4: Zusammenhang zwischen den Beiwerten  $k_b \cdot k_v$  und dem Verhältnis  $\beta_p/\mu_v$

#### 4.2.3 Betonstahlbewehrungsgrad (Beiwert $k_s$ )

Zum Einfluß der Betonstahlbewehrung auf den Spannungszuwachs existieren zur Zeit noch unterschiedliche Auffassungen. Einerseits wird in der Literatur häufig die Ansicht vertreten, eine zusätzliche Betonstahlbewehrung vergrößert den Spannungszuwachs / 7, 39/, andererseits wird in den gebräuchlichen Rechenansätzen zur Bestimmung der Bruchspannung der Einfluß der Betonstahlbewehrung entweder vernachlässigt /14, 33, 36/ oder die Betonstahlbewehrung führt wie z.B. bei den Rechenansätzen, die den Spannungszuwachs über die Höhe der Druckzone ermitteln, sogar zu einer Verminderung des Spannungszuwachses /4,12,37/.

Aus den bisher durchgeführten Versuchen läßt sich kein eindeutiger Einfluß der Betonstahlbewehrung feststellen, zumal auch nur wenige Versuche vorliegen, bei denen als einziger Versuchsparameter die Betonstahlbewehrung variiert wurde. In Tabelle 4.2 sind die Versuchsdaten einiger Versuche, bei denen der Betonstahlbewehrungsgrad der Hauptversuchsparameter war, gegenübergestellt: Während bei den Versuchskörpern von Trost / 39/ die Betonstahlbewehrung die Spannkraftzunahme im Bruchzustand erhöht, ist bei den Versuchen von Iványi/Buschmeyer /21,22/ und Warwaruk et al. / 42/ zum Teil die umgekehrte Tendenz festzustellen. Die Betonstahlbewehrung scheint zwei unterschiedliche Einflüsse auf den Spannungszuwachs auszuüben, die getrennt zu betrachten sind. Die Querschnittsanalyse eines einzelnen Querschnitts zeigt einerseits, daß die Anordnung einer zusätzlichen Betonstahlbewehrung aufgrund des höheren Gesamtbewehrungsgrades eine Verringerung der Rotationsfähigkeit bedeutet, da die Biegedruckzone höher ausgenutzt wird. Hieraus folgt eine Abnahme des Spannungszuwachses. Andererseits bewirkt die Betonstahlbewehrung eine bessere Verteilung der Risse, so daß klaffende Einzelrisse vermieden werden, die ein vorzeitiges Versagen durch Einschnüren der Druckzone auslösen. Diese beiden Auswirkungen der Betonstahlbewehrung sind weiterhin in Verbindung mit der Anordnung der Belastung zu sehen: Bei



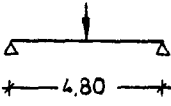
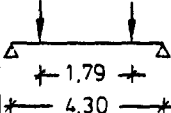
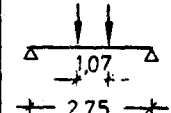
Autor	Versuchskörper	Bez.	Querschnittsabmessungen				Beton	Vorspannung	
			b [m]	d [m]	A <sub>v</sub> [cm <sup>2</sup> ]	A <sub>s</sub> [cm <sup>2</sup> ]	β <sub>p</sub> [MN/m <sup>2</sup> ]	N <sub>vo</sub> [kN]	N <sub>vu</sub> [kN]
Trost Cordes Weller		VK 4	0,20	0,40	2,78	0,0	52,2	276	344
		VK 5	0,20	0,40	2,78	0,56	40,8	278	435
Iványi Buschmeyer		PS 9	0,51	0,24	2,00	3,52	54,0	122	287
		PS11	0,51	0,24	2,00	1,13	45,0	123	198
		PS15	0,51	0,24	2,00	0,00	36,5	123	267
Warwaruk Sozen Siess		OU 34087	0,15	0,30	0,96	0,00	25,5	80	117
		OS 33092	0,15	0,30	0,96	1,42	24,4	82	110
		OU 34033	0,15	0,30	0,55	0,00	36,8	46	77
		OS 34042	0,15	0,30	0,59	1,42	32,3	48	68

Tabelle 4.2: Versuchsdaten von Versuchsserien, bei denen nur der Parameter  $A_s$  variiert wurde.

mehreren Einzellasten oder gleichmäßig verteilten Lasten ist von vorneherein infolge des völligeren Momentenbildes mit einer besseren Rißverteilung als bei Belastung mit einer Einzellast zu rechnen. Hier wird der zu erwartende Spannungszuwachs durch die zusätzliche Betonstahlbewehrung vermutlich nicht vergrößert. Dagegen wirkt sich für Tragwerke, die mit einer Einzellast belastet werden, eine zusätzliche Betonstahlbewehrung für die Entwicklung der Spannkraftzunahme günstig aus, da die Bildung eines klaffenden Einzelrisses vermieden wird.

Zur Überprüfung des Einflusses der Betonstahlbewehrung auf den Spannungszuwachs ist in Bild 4.5 der Beiwert  $k_s$  über den Betonstahlbewehrungsgrad  $\mu_s$  aufgetragen. Die mit Hilfe der linearen Regression gefundene ausgleichende Gerade verläuft annähernd horizontal, d.h. der Betonstahlbewehrungsgehalt hat nur geringen Einfluß. Es ist zu vermuten, daß sich die

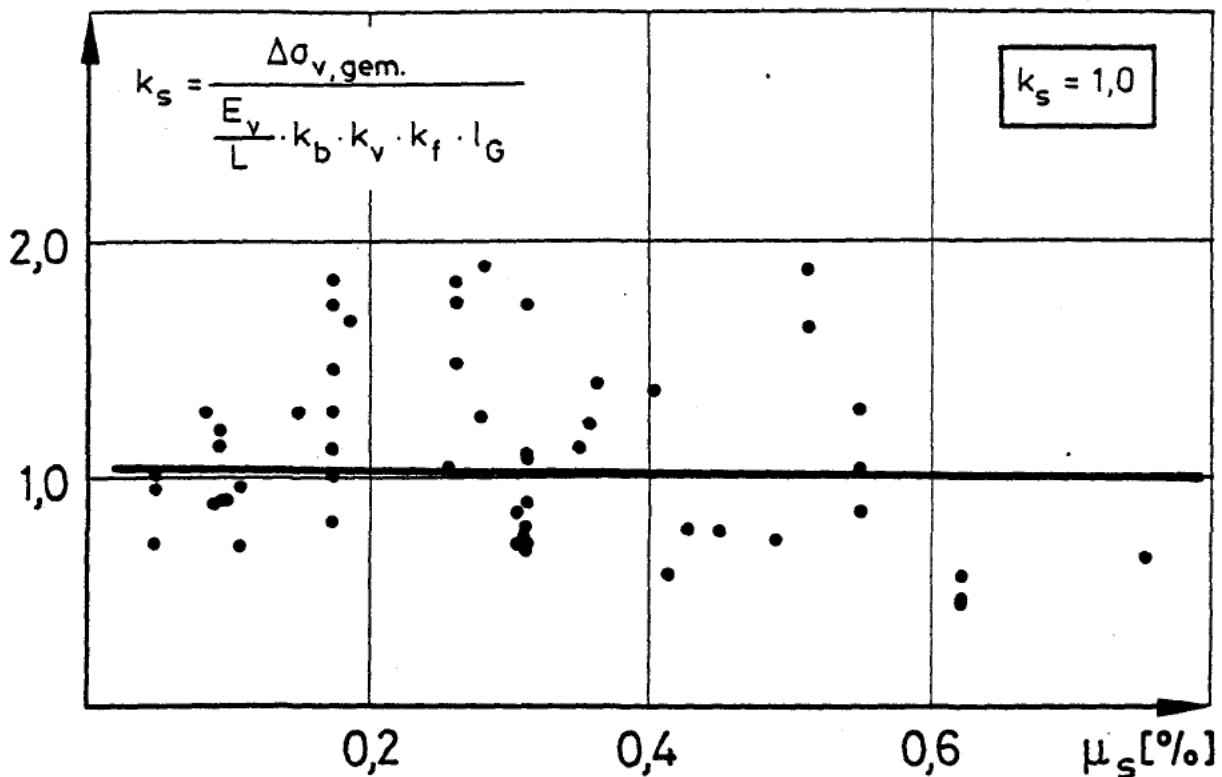


Bild 4.5: Einfluß des Betonstahlbewehrungsgehalt  $\mu_s$  auf den Beiwert  $k_s$

geschilderten gegensätzlichen Einflüsse der Betonstahlbewehrung auf den Spannungszuwachs weitgehend ausgleichen: Der günstigeren Rißverteilung steht die geringere Rotationsfähigkeit infolge höherer Ausnutzung des Querschnitts entgegen. Mit Rücksicht auf die Streuung der Versuchsdaten ist hier kein eindeutiger Einfluß der im Verbund liegenden Längsbewehrung festzustellen. Solange der Einfluß der Betonstahlbewehrung anhand von systematischen Versuchen nicht hinreichend geklärt ist, wird die Betonstahlbewehrung im Rechenansatz nicht berücksichtigt.

#### 4.2.4 Querschnittsform (Beiwert $k_f$ )

Auf Grund der Überlegungen zur Rotationsfähigkeit ist zu erwarten, daß sich bei Tragwerken mit Plattenbalkenquerschnitt im Vergleich zu Bauteilen mit Rechteckquerschnitt eine höhere Spannkraftzunahme einstellt. Dies wird durch den Lösungsansatz nach Gl. (4.6a) in der Tendenz bestätigt: Da

ein Plattenbalkenquerschnitt zur Aufnahme der Biegedruckkraft eine geringere Druckzonenhöhe (kleines  $k_x$ ) benötigt, sind die Verformungen in Höhe des Spanngliedes ( $\bar{\kappa}(1-k_x)h_v$ ) im Vergleich zu einem Rechteckquerschnitt größer. Um den Einfluß der Querschnittsform auf die Spannkraftzunahme zu überprüfen, ist in Bild 4.6 der Beiwert  $k_f$  über das Verhältnis mitwirkende Plattenbreite zu Stegdicke aufgetragen. Hiernach steigt der Beiwert  $k_f$  mit dem Verhältnis  $b/b_0$  deutlich an.

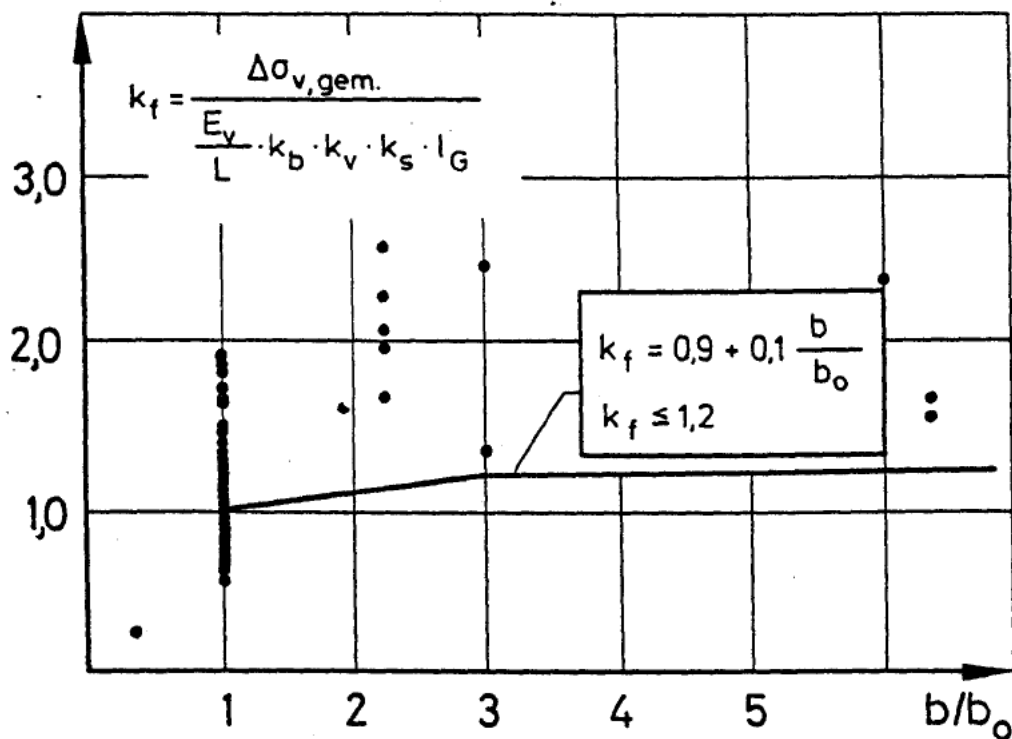


Bild 4.6: Einfluß der Querschnittsform

Entsprechend Bild 4.6 wird der Einfluß der Querschnittsform auf den Spannungszuwachs mit dem bilinearen Ansatz

$$k_f = 0.9 + 0.1 \frac{b}{b_0} \quad (4.9)$$

$$k_f \leq 1.2$$

zur sicheren Seite hin abgeschätzt, solange dieser Einflußparameter nicht durch weitere experimentelle oder theoretische Untersuchungen genauer bestimmt ist.

#### 4.3 Zusammenfassung zu einem Rechenansatz

Auf Grundlage der in den vorangegangenen Abschnitten gefundenen Zusammenhänge kann folgender Ansatz zur Ermittlung des Spannungszuwachses für Spannglieder ohne Verbund angegeben werden:

$$\Delta\sigma_v = \frac{E_v}{L} \left( 2,0 + \frac{0,03 \beta_p}{\mu_v} \right) 10^{-3} l_G \cdot k_f$$

(4.10)

mit:  $\frac{0,03 \beta_p}{\mu_v} \leq 7,0$

Hierin bedeuten:

$l_G$  wirksame Gelenklänge

$$l_G = \left( 0,2 + 0,25 \frac{l_B}{l} \right) l$$

$k_f$  Beiwert für die Querschnittsform

$$k_f = 0,9 + 0,1 \frac{b}{b_0} ; k_f \leq 1,2$$

$\beta_p$  Betonprismendruckfestigkeit in N/mm<sup>2</sup>

$\mu_v$  Spannbewehrungsgrad in Prozent

$l$  Stützweite

$L$  Spanngliedlänge zwischen den Verankerungen

$l_B$  Abstand der Lasten einschließlich einer Lastausbreitung unter 45° (vergl. Bild 4.3).

#### 4.4 Überprüfung durch Versuchsergebnisse

Die Brauchbarkeit des gewonnenen Rechenansatzes zur Bestimmung des Spannungszuwachses wird durch Vergleich mit Versuchsergebnissen nachgewiesen. Eine Überprüfung anhand von 152 Versuchen an Einfeldträgern zeigt, daß die rechnerischen und gemessenen Spannungszunahmen gut übereinstimmen.

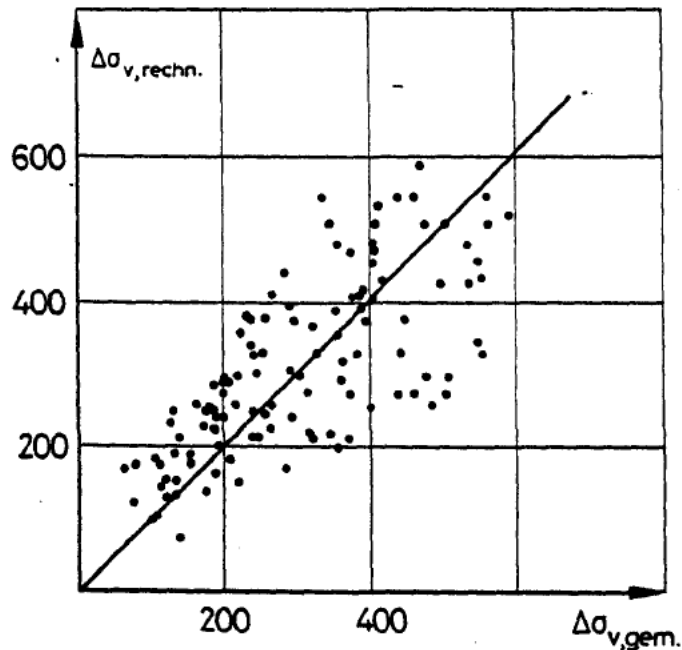


Bild 4.7: Gegenüberstellung der gemessenen und rechnerischen Spannungszunahmen für 150 Versuche an Einfeldträgern

Um zu überprüfen, ob die einzelnen Parameter durch den gewählten Rechenansatz richtig erfaßt werden, ist das Verhältnis aus gemessener und rechnerischer Spanngliedspannung im Bruchzustand über die verschiedenen Parameter aufgetragen (vgl. Bilder 4.8 bis 4.12). Die Steigung der mit Hilfe der linearen Regression gewonnenen ausgleichenden Gerade ist ein Maß für die Güte des gewonnenen Zusammenhanges zwischen Spannungszuwachs und jeweiligem Parameter. Die Bilder 4.8 bis 4.12 zeigen, daß die ausgleichenden Regressionsgeraden für die Parameter Betongüte  $\beta_p$ , Spannbewehrungsgrad  $\mu_v$ , Betonstahlbewehrungsgrad  $\mu_s$ , Querschnittsform und die Einflußgröße Lastanordnung nahezu horizontal verlaufen, d.h. die Einflüsse der einzelnen Parameter werden durch den Lösungsansatz nach Gl. (4.10) weitgehend richtig abgeschätzt.

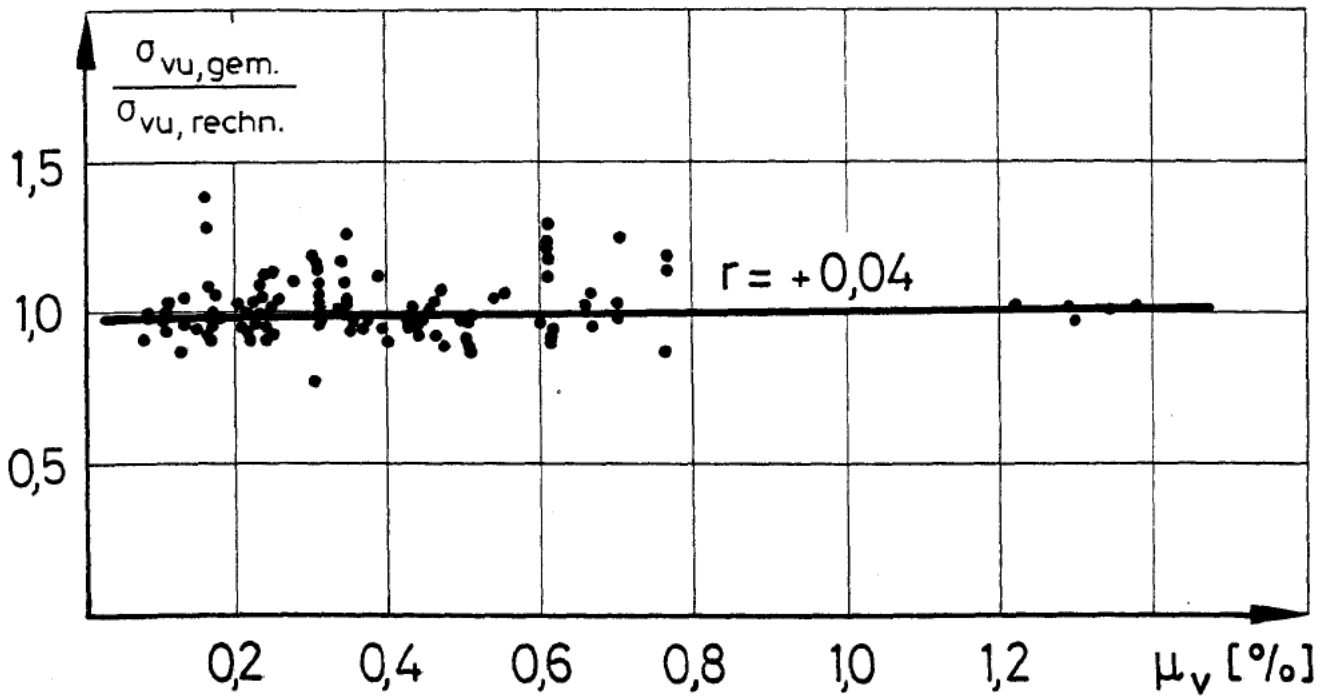


Bild 4.8: Verhältnis  $\sigma_{vu,gem.}/\sigma_{vu,rechn.}$  in Abhängigkeit vom Spannstahlbewehrungsgehalt  $\mu_v$

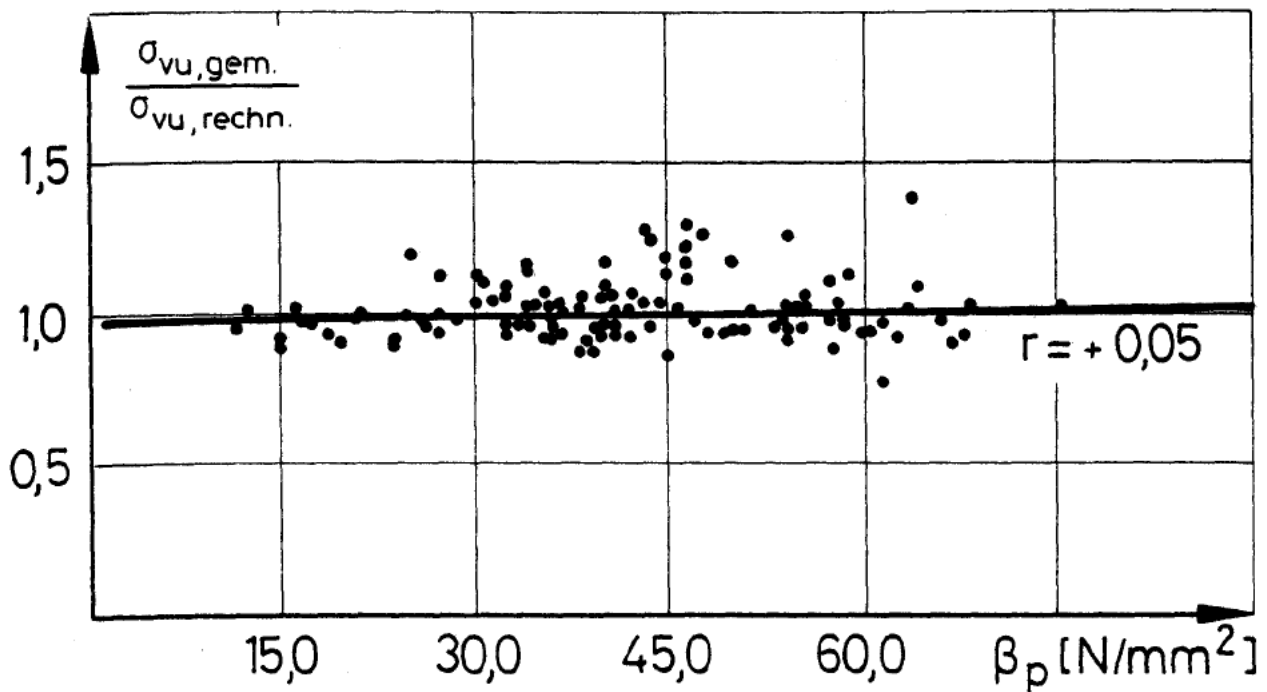


Bild 4.9: Verhältnis  $\sigma_{vu,gem.}/\sigma_{vu,rechn.}$  in Abhängigkeit von der Betonfestigkeit  $\beta_p$

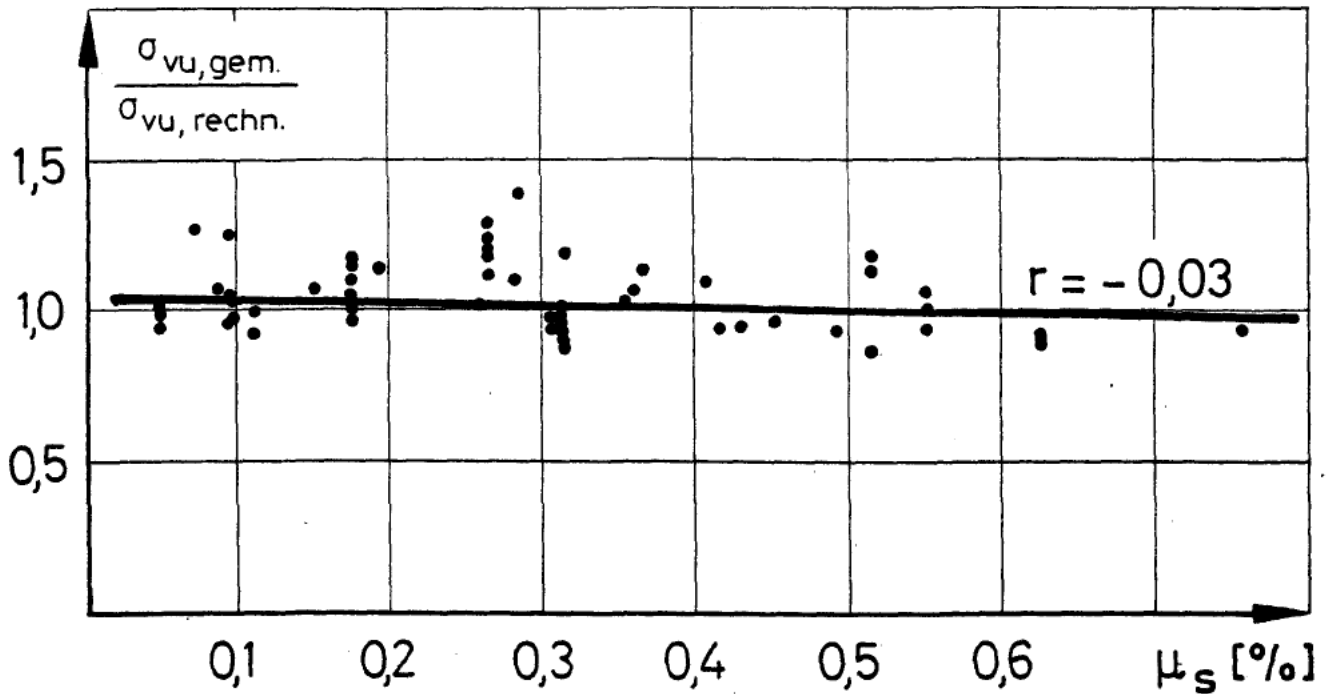


Bild 4.10: Verhältnis  $\sigma_{vu,gem.}/\sigma_{vu,rechn.}$  in Abhängigkeit vom Betonstahlbewehrungsgrad  $\mu_s$

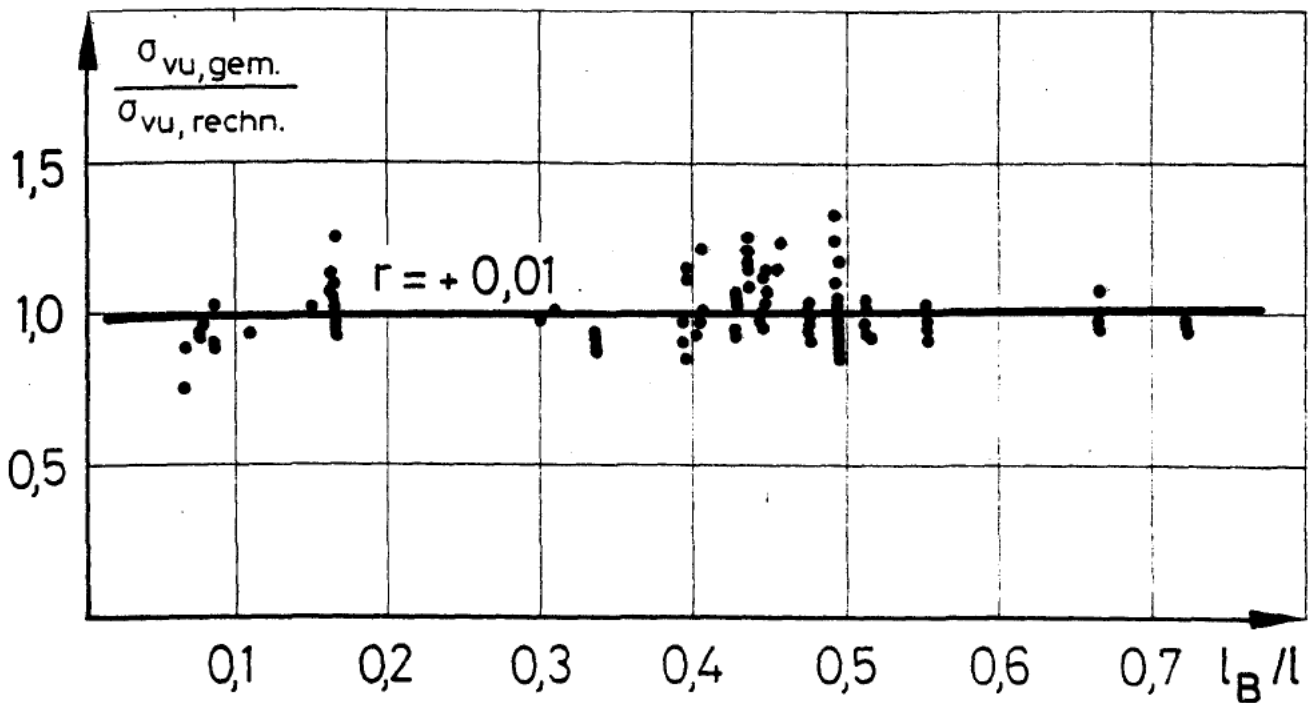


Bild 4.11: Verhältnis  $\sigma_{vu,gem.}/\sigma_{vu,rechn.}$  in Abhängigkeit vom Verhältnis  $l_B/l$

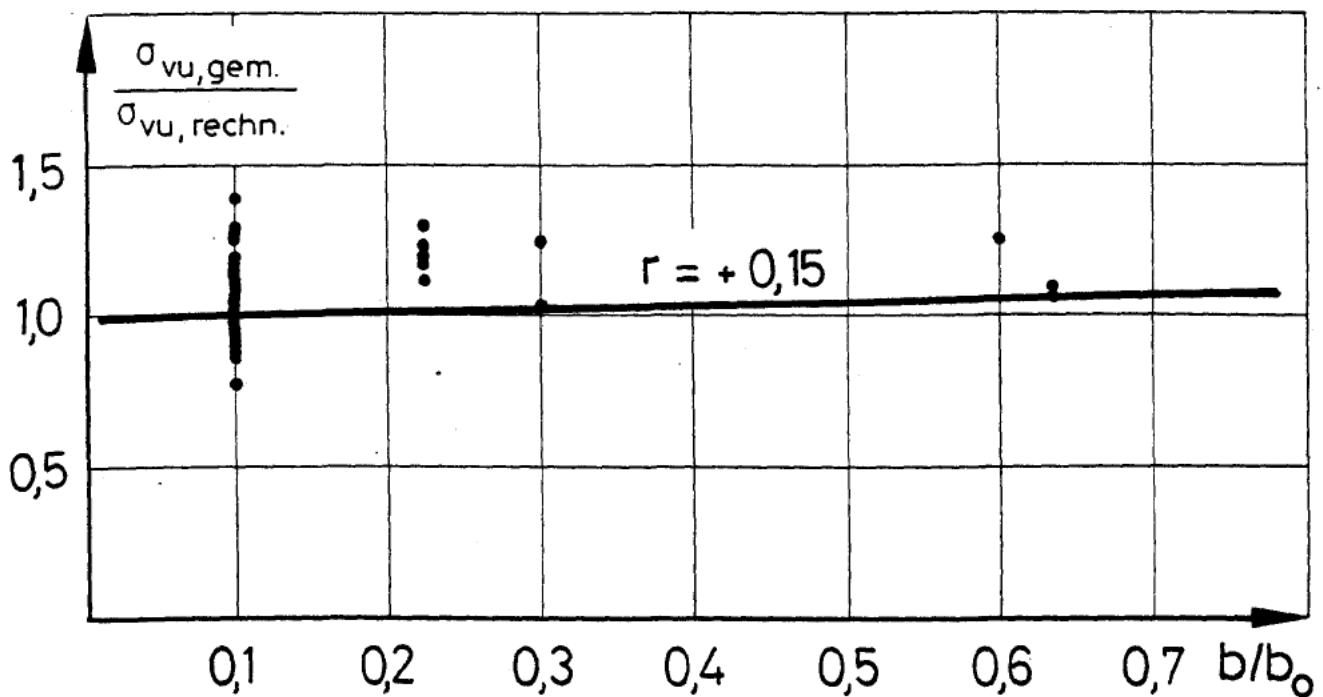


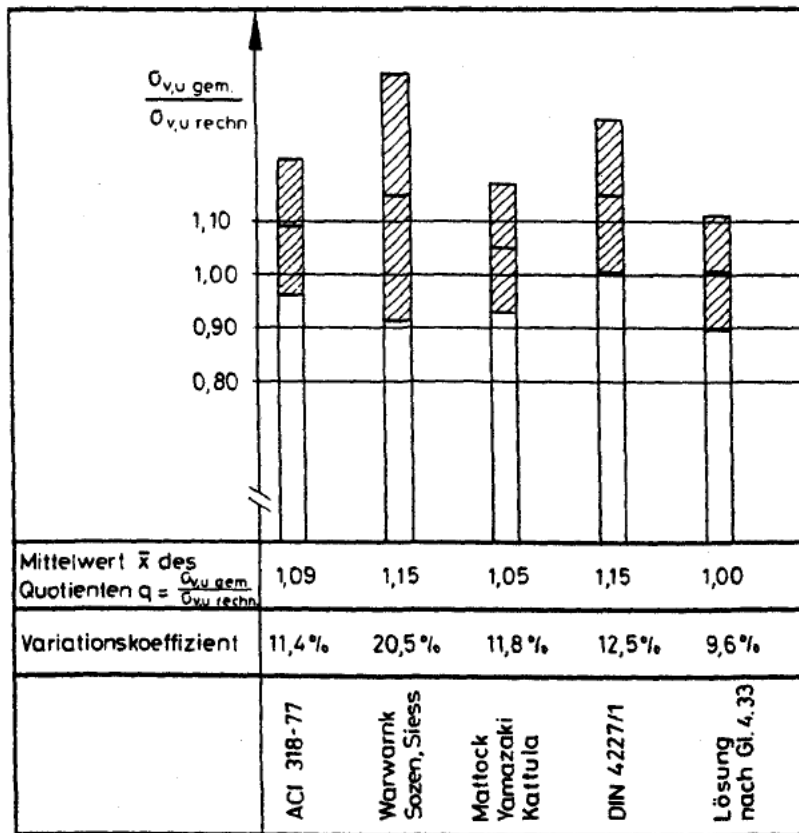
Bild 4.12: Verhältnis  $\sigma_{vu,gem}/\sigma_{vu,rechn}$  in Abhängigkeit vom Verhältnis  $b/b_0$

#### 4.5 Vergleich mit anderen Rechenansätzen

Die Leistungsfähigkeit des gewonnenen Ansatzes zur Bestimmung des Spannungszuwachses zeigt sich im Vergleich mit anderen Rechenansätzen. Hierzu werden die Mittelwerte der Quotienten aus gemessener und rechnerischer Spanngliedspannung im Bruchzustand von 130 Versuchen an Einfeldträgern verglichen. Es handelt sich dabei um dieselben Versuche, die bei der systematischen Untersuchung der Einflußgrößen auf den Spannungszuwachs verwendet wurden. Die für die Nachrechnung zur Verfügung stehenden Versuchsdaten werden in die Gruppen

Balken	- 92 Versuche -
Plattenstreifen ( $b/d > 2,0$ )	- 38 Versuche -





**Bild 4.13:** Vergleich der Mittelwerte des Quotienten aus gemessener und rechnerischer Spanngliedbruchspannung von 92 Versuchen an einfeldrigen Balken

eingeteilt, um auch Rechenansätze überprüfen zu können, die speziell für Balken oder Plattenstreifen entwickelt worden sind. Die Formeln der in diesem Vergleich berücksichtigten Rechenansätze sind im Anhang A1 zusammengestellt.

In den Bildern 4.13 bis 4.15 sind die Ergebnisse der Gegenüberstellung von gemessener und rechnerischer Spannstahlspannung für die verschiedenen Berechnungsverfahren angegeben. Die Verhältnismerte  $q$  aus gemessener und rechnerischer Spanngliedbruchspannung sind für alle Versuche statistisch ausgewertet. Für sicherheitstheoretische Überlegungen ist vor allem der Variationskoeffizient der Verhältnismerte  $q$  von Interesse: Je kleiner der Variationskoeffizient der Verhältnismerte  $q$  ist, um so geringer ist die statistische Unsicherheit bei der Berechnung der Spanngliedspannung im

### Bruchzustand.

Der Vergleich der Rechenansätze für Balken (Bild 4.13) zeigt, daß der hier entwickelte Rechenansatz nach Gl. (4.10) die beste Übereinstimmung ( $\bar{x} = 1,0$ ) bei gleichzeitig geringstem Variationskoeffizienten ( $v = 9,6 \%$ ) liefert. Der Ansatz von Mattock/Yamazaki/Kattula /29/ und die hieraus abgeleitete Gleichung des ACI-Code /1/ erzielen ebenfalls noch brauchbare Übereinstimmung zwischen gemessenen und rechnerischen Werten. Allerdings macht sich hier schon bemerkbar, daß zwei wichtige Einflußgrößen nämlich Lastanordnung und Spanngliedlänge nicht berücksichtigt werden. Nach DIN 4227/1 wird der Spannungszuwachs deutlich zur sicheren Seite hin abgeschätzt.

Die Auswertung der Versuchsergebnisse von 38 Plattenstreifen (Bild 4.14) zeigt die gleiche Tendenz, wie bei den Balkenversuchen beschrieben. Mit dem eigenen Lösungsansatz nach Gl. (4.10) kann die Spanngliedspannung im Bruchzustand am besten vorausgesagt werden. Die speziell für plattenartige Bauteile entwickelten Verfahren nach DIN 4227/6 /15/ SIA 162 /36/ und Thomas / 38/ sind in ihrer Güte annähernd gleich. Der Variationskoeffizient für DIN 4227/6 ist jedoch schon deutlich höher als bei dem hier entwickelten Rechenansatz, d.h. die statistische Unsicherheit bei der Berechnung der Spannkraftzunahme ist größer.

Um die Brauchbarkeit der Gl. (4.10) gegenüber strengen Lösungen nach der Integrationsmethode zu beurteilen, werden mit Gl. (4.10) 52 Versuche nachgerechnet, die Trost/Cordes/Weller in / 39/ mit ihrem Ansatz überprüft haben. Der Lösungsansatz nach / 39/ wurde ausgewählt, da er von den Verfahren nach der Integrationsmethode am weitesten entwickelt ist. Die Gegenüberstellung der beiden Rechenansätze in Bild 4.15 zeigt, daß der Ansatz nach Trost/Cordes/Weller die Spanngliedbruchspannung zwar im Mittel ebenfalls gut vorausagt, jedoch einen erheblich größeren Variationskoeffizienten aufweist. Durch Bild 4.15 wird verdeutlicht, daß der

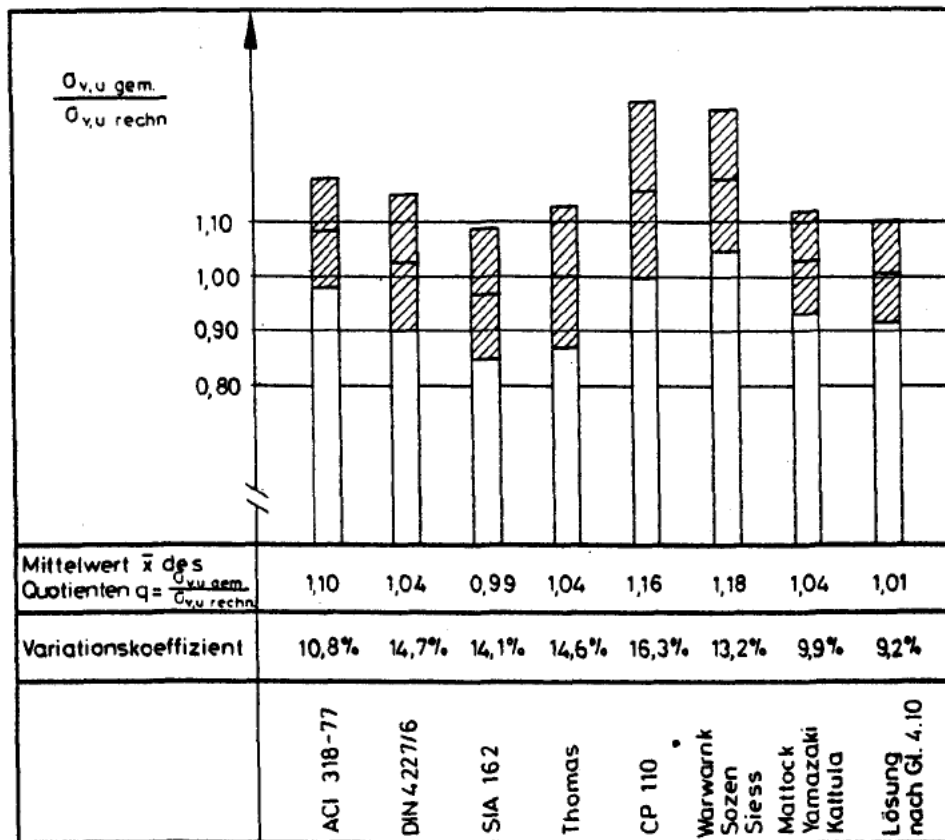
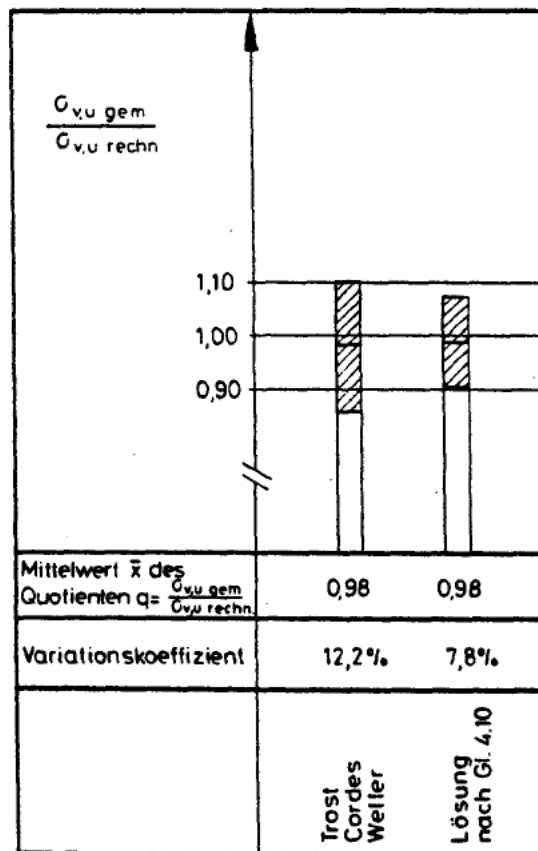


Bild 4.14: Vergleich der Mittelwerte des Quotienten aus gemessener und rechnerischer Spanngliedbruchspannung von 38 Versuchen an Plattenstreifen

hohe Rechenaufwand der genauen Lösungen nach der Integrationsmethode beim derzeitigen Kenntnisstand zum Riß- und Verformungsverhalten von bewehrtem Beton nicht durch die Genauigkeit der erzielten Ergebnisse gerechtfertigt werden kann. Dagegen ermöglichen Näherungsansätze wie z.B. Gl. (4.10) eine einfache und verhältnismäßig sichere Bestimmung des Spannungszuwachses im Bruchzustand.



**Bild 4.15:** Vergleich des Lösungsansatzes nach Gl. (4.10) mit dem Ansatz nach Trost/Cordes/Weller /39/ anhand von 52 in /39/ nachgerechneten Versuchen

## 5 SPANNKRAFTZUNAHME BEI DURCHLAUFTRÄGERN

### 5.1 Entwicklung eines Rechenansatzes

Die überwiegende Zahl der Spannbetonkonstruktionen in Ortbe-  
ton werden als statisch unbestimmte Tragwerke meist als  
Durchlaufträger ausgeführt. Werden bei einem mehrfeldrigen  
Balken mit Vorspannung ohne Verbund nur einzelne Felder be-  
lastet, so ist der hierdurch hervorgerufene Spannungszuwachs  
geringer als bei Belastung aller Felder, da sich die Spann-  
gliedlänge über die gesamte Spanngliedlänge ausgleichen  
kann. Für die Biegebemessung sind jedoch meist diese Last-

fälle mit Belastung einzelner Felder maßgebend, da sich hier die größten Bemessungsschnittgrößen ergeben.

Obwohl die Frage nach dem Spannungszuwachs bei Durchlaufträgern für baupraktische Zwecke von besonderem Interesse ist, sind nur wenige experimentelle und theoretische Untersuchungen zur Spannkraftzunahme von Durchlaufträgern ausgeführt worden /29,39,45/. Zur rechnerischen Bestimmung des Spannungszuwachses bei Durchlaufträgern existieren nur einige Näherungsansätze: Nach DIN 4227/1 /14/ ist, sofern kein genauere Nachweis geführt wird, für mehrfeldrige Balken kein Spannungszuwachs anzusetzen. Die im Abschnitt 3 beschriebenen Näherungsansätze nach DIN 4227/6 /15/, SIA 162 /36/ und Copier /12/ dürfen streng genommen nur bei Platten und Balken mit geringerer Bauhöhe angewendet werden. Da für mehrfeldrige Balkentragwerke bisher noch kein entsprechendes Berechnungsverfahren existiert, wird im folgenden der für statisch bestimmte Einfeldträger abgeleitete Rechenansatz nach Gl. (4.10) so erweitert, daß er auch für statisch unbestimmte Tragwerke verwendet werden kann.

Im vorab entwickelten Rechenansatz für Einfeldträger wird die Spanngliedlänge vereinfachend aus der Krümmung und der Länge der im Bruchzustand mit Biegerissen versehenen Bauteilbereichen (Gelenkzonen) berechnet. Die Krümmung ist abhängig von der Betongüte, dem Spannbewehrungsgrad und der Querschnittsform; die Gelenklänge wird aus der Verteilung und Anordnung der Belastung bestimmt. Die Erweiterung des Lösungsansatzes auf Durchlaufträger besteht nun darin, die Zahl der möglichen Gelenkzone festzulegen und die Gelenklängen für Durchlaufträger neu zu definieren. Während sich bei einem statisch bestimmt gelagerten Einfeldträger nur in Feldmitte eine Gelenkzone ausbildet, können sich bei mehrfeldrigen Tragkonstruktionen je nach Anordnung der feldweisen Belastung mehrere Gelenke ausbilden. Bei der Berechnung der Gelenkverformungen wird näherungsweise davon ausgegangen, daß auch bei Durchlaufträgern in allen Gelenkzonen die maximal möglichen Gelenkverformungen wie bei einem Einfeld-

trägern auftreten. In Bild 5.1 sind einige Grundfälle für die Gelenkbildung zusammengestellt:

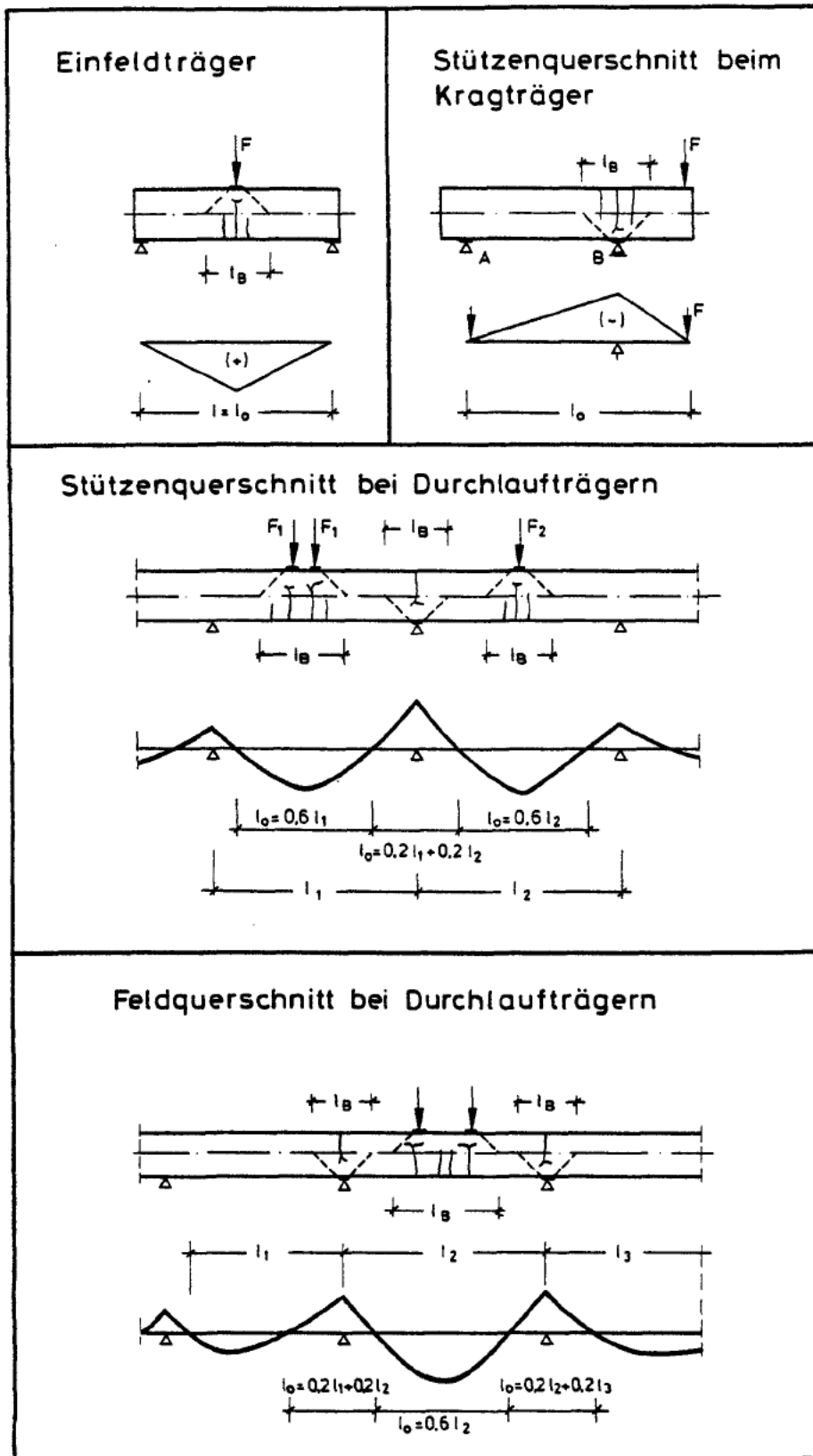
- Für einen Einfeldträger ergibt sich die Gelenklänge nach Gl. (4.7) zu

$$l_G = (0,2 + 0,25 \frac{l_B}{l}) l_0 \quad (5.1)$$

Hierbei ist  $l_0$  der Abstand der Momentennullpunkte und  $l_B$  die Lastverteilungslänge, die sich aus der Lastaufstandsweite bzw. dem Abstand der Lastpunkte und einer Lastausbreitung unter  $45^\circ$  bis zur Schwerachse des Querschnitts zusammensetzt.

- Bei Kragträgern bildet sich bei Belastung des Kragarmes nur über dem Auflager am Kragarmanschnitt ein Gelenk, während die übrigen Balkenbereiche frei von Biegerissen bleiben. Entsprechend dem Momentenverlauf kann dieses System auch als umgekehrter Einfeldträger unter Einwirkung einer Einzellast angesehen werden.
- Bei Durchlaufträgern können bis zu drei Gelenke auftreten, deren Lage sich nach der Anordnung der feldweisen Belastung richtet. Für den Nachweis des Stützenquerschnitts ist der maßgebende Lastfall die Belastung der dem Stützenquerschnitt benachbarten Felder. In diesem Fall bildet sich über der Stütze und in den Nachbarfeldern jeweils ein Gelenk. Zur Bemessung eines Feldquerschnittes wird das untersuchte Feld belastet, während die Nachbarfelder unbelastet sind. Die Gelenkpunkte liegen hier im untersuchten Feld und in den beiden benachbarten Stützenquerschnitten.

Die Spannstahlspannung im Bruchzustand ergibt sich analog zu Gl.(5.1) aus der Summe der Verformungen in den Gelenkzonen:



**Bild 5.1:** Lage der Bruchgelenke bei Einfeldträgern, Kragträgern und Durchlaufträgern

$$\sigma_{v,u} = \sigma_{v,v}^{(o)} + \frac{E_v}{L} \cdot \sum \left( 2,0 + \frac{0,03 \beta_p}{\mu_v} \right) 10^{-3} \cdot k_f \cdot l_G \quad (5.2)$$

$$\text{mit: } \frac{0,03 \beta_p}{\mu_v} \leq 7,0$$

$$l_G = \left( 0,2 + 0,25 \frac{l_B}{l_o} \right) l_o$$

$$k_f = 0,9 + 0,1 \frac{b}{b_o} ; k_f \leq 1,2$$

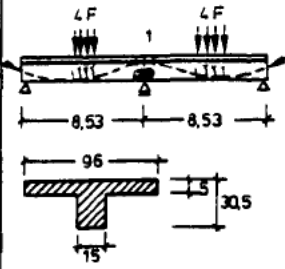
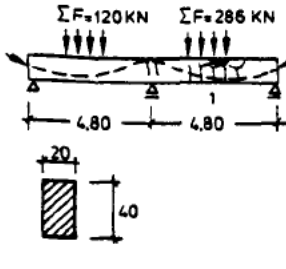
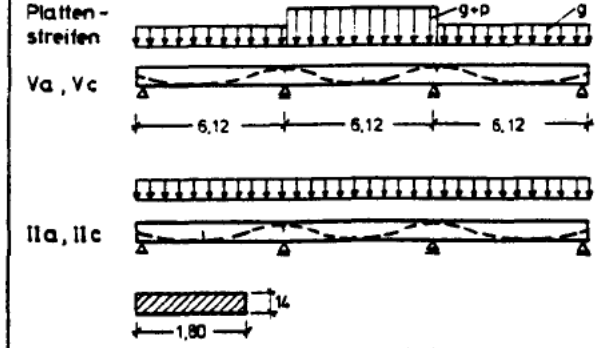
Die Zahl der möglichen Gelenkzonen ist auf maximal 3 Gelenke begrenzt. Es wird angenommen, daß außerhalb der Gelenkzone keine Biegerisse auftreten. Für die Bestimmung der Momentennullpunkte können die in Bild 5.1 getroffenen Vereinfachungen angenommen werden. Die Länge L entspricht der gesamten frei verschieblichen Spanngliedlänge zwischen den Verankerungen. Die Spanngliedreibung wird auf der sicheren Seite liegend nicht in Ansatz gebracht, da sie bei den heute üblichen Monolitzen mit einem Reibungsbeiwert von  $\mu = 0,06$  vernachlässigbar gering ist. Der Beiwert  $k_f$ , der die höhere Rotationsfähigkeit von Plattenbalken- bzw. I-Querschnitten berücksichtigt, darf bei Plattenbalken nur dann angewendet werden, wenn der Gurt in der Druckzone liegt.

## 5.2 Überprüfung durch Versuchsergebnisse

Zur Überprüfung des Berechnungsansatzes für Durchlaufträger liegen nur insgesamt 7 Versuche vor. In Tabelle 5.1 sind die gemessenen Spanngliedspannungen und Bruchmomente den rechnerischen Werten nach DIN 4227 /14,15/, Copier /12/ und Gl. (5.2) gegenübergestellt.

Die Rechenannahme von DIN 4227/1, daß für Durchlaufträger im Bruchzustand kein Spannungszuwachs auftritt, erscheint zu vorsichtig. Zufriedenstellende Obereinstimmung mit den Versuchsergebnissen liefern der Rechenansatz nach Gl. (5.2) und die speziell für Platten bzw. Balken mit geringer Bauhöhe entwickelten Näherungsverfahren nach DIN 4227/6 /15/ und Co-



	 <p>Balken CU 1 und CU 2</p>		 <p>Balken B 1</p>	 <p>Plattenstreifen Va, Vc IIa, IIc</p>			
	Mattock, Yamazaki, Kattula /82/		Trost, Cordes, Weller /113 /		CUR - Bericht Nr. 95 /25/		
Bezeichnung	CU1	CU 2	B 1	II a	II c	V a	V c
$A_s / A_v$ Endfeld	2,83 / 1,97	3,14 / 1,97	- / 2,80	- / 3,71	6,03 / 2,79	- / 3,71	6,03 / 2,78
[cm <sup>2</sup> ] Stütze	2 04 / 197	1,88 / 1,97	- / 2,80	- / 3,71	1,76 / 2,78	- / 3,71	1,76 / 2,78
Mittelfeld	—	—	—	- / 3,71	2,36 / 2,78	- / 3,71	2,36 / 2,78
$N_{vgem.}$ [kN]	247	247	280	420	314	420	314
$N_{vu gem.}$ [kN]	325	330	434	485	407	537	330
Beton $\beta_w$ [N/mm <sup>2</sup> ]	31	31	53	37	35	34	38
Bruchquers./Bruchart	Stütze / ①	Stütze / ①	Feld / ①	Endfeld ①	Stütze / ②	Mittelfeld / ①	Stütze / ②
DIN 4227/1	$\frac{\sigma_{vu gem.}}{\sigma_{vu rechn.}}$	1,31	1,34	1,55	1,15	1,30	1,28
	$\frac{M_u gem.}{M_u rechn.}$	1,27	1,34	1,59	1,12	1,87	1,15
DIN 4227/6	$\frac{\sigma_{vu gem.}}{\sigma_{vu rechn.}}$	1,07	1,09	1,10	1,09	1,16	1,22
	$\frac{M_u gem.}{M_u rechn.}$	1,10	1,18	1,14	1,07	1,72	1,10
Copley 1247	$\frac{\sigma_{vu gem.}}{\sigma_{vu rechn.}}$	1,13	1,15	0,99	0,98	1,03	1,08
	$\frac{M_u gem.}{M_u rechn.}$	1,16	1,22	1,04	0,98	1,58	1,00
S. 2.35	$\frac{\sigma_{vu gem.}}{\sigma_{vu rechn.}}$	1,01	1,03	1,25	1,02	1,06	1,10
	$\frac{M_u gem.}{M_u rechn.}$	1,06	1,10	1,25	1,00	1,62	1,00

1) Betonversagen

2) Versagen der Zulagen aus Betonstahl

**Tabelle 5.1:** Gemessene und rechnerische Spanngliedspannungen und Bruchmomente von Durchlaufträgern

pier /12/. Inwieweit diese für Tragglieder mit geringer Bauhöhe abgeleiteten Rechenansätze auch bei Bauteilen mit größerer Höhe zutreffende Ergebnisse liefern, kann anhand der vorliegenden Versuche nicht abschließend geklärt werden. Es ist aber zu vermuten, daß der Spannungszuwachs nicht, wie in DIN 4227/6 und von Copier angenommen, mit der Bauhöhe linear zunimmt, d.h. für eine größere Bauhöhe überschätzen DIN 4227/6 und Copier die Spannkraftzunahme.

Die Rißbilder der untersuchten Zweifeldträger (vergl. Tabelle 5.1) bestätigen die dem Rechenansatz der Gl. (5.2) zugrundeliegenden Überlegungen zur Ausbildung der Rotationsgelenke: Bei den Zweifeldträgern von Mattock u. a. /29/, die im Stützenquerschnitt versagten, sind deutlich die Gelenkzone über der Stütze und in den benachbarten Feldern zu erkennen. Der Zweifeldträger von Trost/Cordes/ Weller / 39/, der im Feld versagte, zeigt dagegen nur im stärker belasteten Feld und über der Mittelstütze Rißbildungen, während das weniger belastete Nachbarfeld ungerissen blieb.

Da anhand der wenigen vorliegenden Versuche eine Absicherung der Rechenansätze für Durchlaufträger nur in begrenztem Umfang möglich ist, erscheint es erforderlich, weitere Versuche an Durchlaufträgern auszuführen, um auch für dieses wichtige Anwendungsgebiet der Vorspannung ohne Verbund geeignete Bemessungshilfen zu besitzen.

Der Einfluß der Spanngliedlänge auf den Spannungszuwachs läßt sich gut anhand der ausführlichen Untersuchung von Bauer/Geymayer/Rock /4/ an vorgespannten Kragträgern belegen. Hierzu sind im Bild 5.2 die im Versuch gemessenen Spannungszuwächse über das Verhältnis Spanngliedlänge  $L$  zur Strecke  $l_0$  - Länge zwischen den Momentennullpunkten - aufgetragen. Es ist zu erkennen, daß der Spannungszuwachs mit der freien Spanngliedlänge, die im Versuch durch Federpakete simuliert wurde, abnimmt. Da die in der Gelenkzone auftretenden Verformungen weitgehend unabhängig von der Spanngliedlänge sind, wird der Spannungszuwachs geringer, wenn

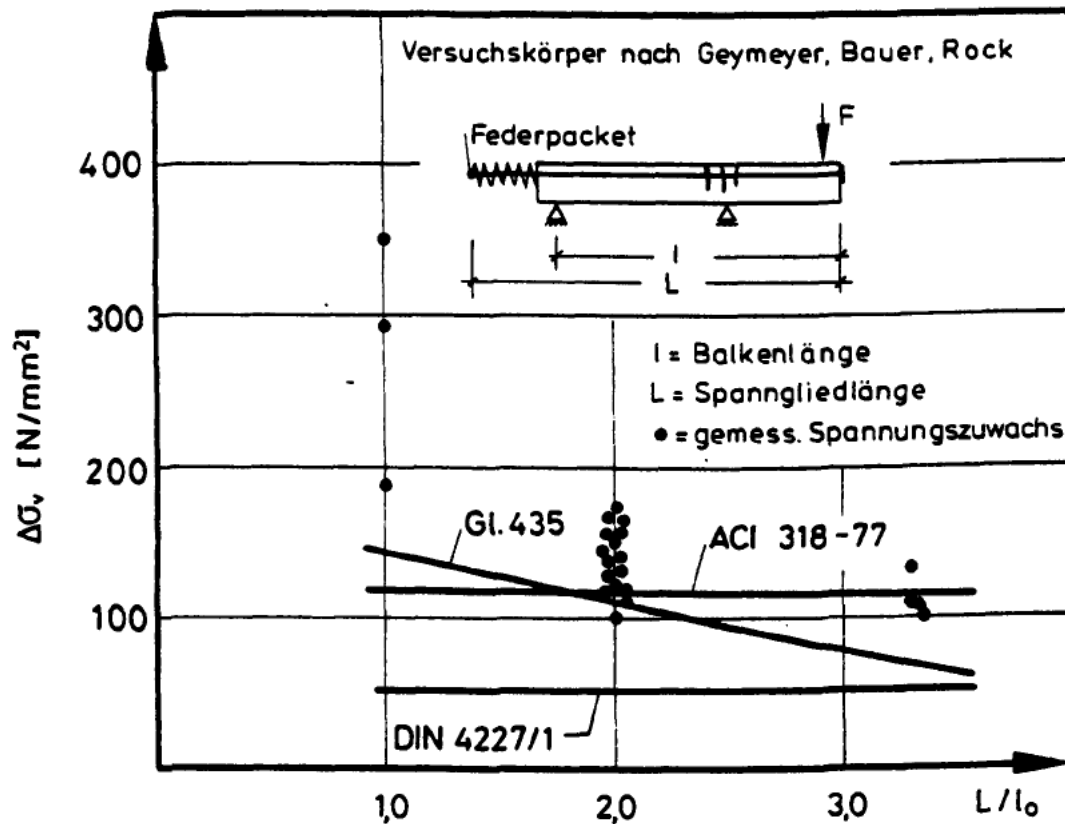


Bild 5.2: Spannungszuwachs bei Kragträgern in Abhängigkeit vom Verhältnis  $L/l_0$

sich die Spannliedlänge über eine größere Strecke ausgleichen kann. Die in Bild 5.2 eingezeichneten Linien für den rechnerischen Spannungszuwachs bei Kragträgern zeigen, daß der eigene Rechenansatz nach Gl. (5.2) den Einfluß der Spannliedlänge richtig erfaßt, während nach DIN 4227/1 /14/ und ACI 318-77 /1/ der Spannungszuwachs unabhängig von der Spannliedlänge berechnet wird.

## 6 BEMESSUNGSVORSCHLAG

Die Biegetragfähigkeit eines Bauteils ist im rechnerischen Bruchzustand nachzuweisen, d.h. die Biegebemessung ist für die um den Sicherheitsbeiwert vergrößerten Gebrauchslasten durchzuführen. Während bei Bauteilen mit im Verbund liegender Biegebewehrung die Bruchsicherheit aus einer Querschnittsanalyse des am höchsten beanspruchten Querschnitts besteht, muß bei der Vorspannung ohne Verbund vor einer derartigen Querschnittsanalyse der Spannungszuwachs im verbundlosen Spannglied bestimmt werden.

In den vorangegangenen Abschnitten ist ein Lösungsansatz (Gl. (4.10) bzw. (5.2) ) entwickelt worden, mit dem dieser Spannungszuwachs im Bruchzustand berechnet werden kann. Der

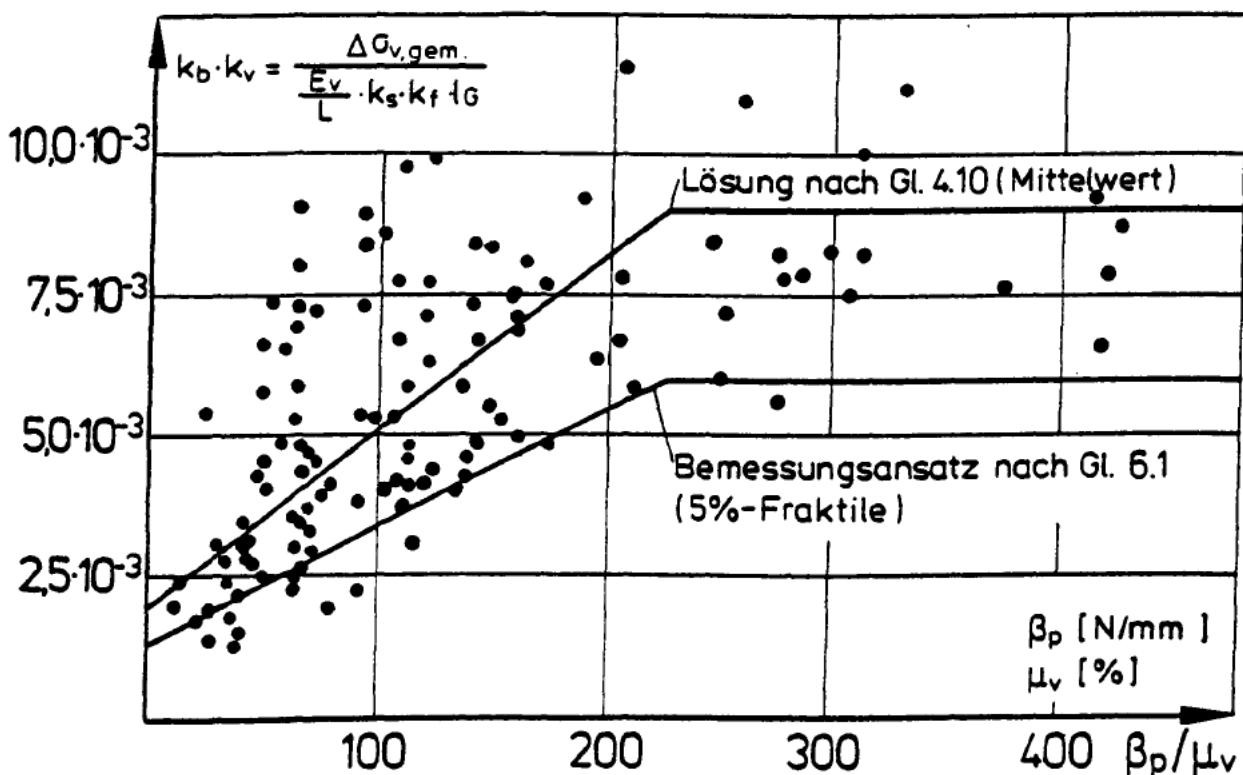


Bild 6.1: Spannungszuwachs in Abhängigkeit vom Verhältnis  $\beta_p / \mu_v$

Vergleich mit Versuchsdaten hat gezeigt, daß die rechnerischen Spanngliedbruchspannungen im Mittel mit den im Versuch gemessenen Werten übereinstimmen. Die mit diesen Spanngliedspannungen berechneten Bruchmomente entsprechen ebenfalls im Mittel den Bruchmomenten im Versuch. Da jedoch üblicherweise in Bemessungsvorschriften die Bruchsicherheit bezogen auf Fraktilenwerte (im allgemeinen die 5 %-Fraktile) angegeben wird, ist statt des Mittelwertes von der 5 %-Fraktile des rechnerischen Bruchmomentes auszugehen. Die statistische Absicherung des Bemessungsansatzes erfolgt durch Gegenüberstellung der Bruchmomente und nicht der Spanngliedbruchspannungen, da die Ermittlung des Spannungszuwachses nur als ein Zwischenergebnis auf dem Weg zur Bestimmung der Bruchsicherheit anzusehen ist. Um die Forderung zu erfüllen, daß die 5 %-Fraktile des Quotienten  $M_{u,gem}/M_{u,rech}$  mindestens 1,0 beträgt, ist der rechnerische Spannungszuwachs nach Gl. (4.10) bzw. (5.2) um den Faktor 0,67 zu reduzieren (vergl. Bild 6.1). Danach lautet der Bemessungsvorschlag zur die Bestimmung der Spanngliedspannung im Bruchzustand:

$$\sigma_{v,u} = \sigma_{v,v}^{(o)} + \frac{E_v}{L} \cdot \sum \left( 1,33 + \frac{0,02 \beta_p}{\mu_v} \right) 10^{-3} k_f \cdot l_G \quad (6.1)$$

$$\text{mit: } \frac{0,02 \beta_p}{\mu_v} \leq 4,7$$

Hierin bedeuten:

$l_G$  wirksame Gelenklänge

$$l_G = \left( 0,2 + 0,25 \frac{l_B}{l_o} \right) l_o$$

$k_f$  Beiwert für die Querschnittsform

$$k_f = 0,9 + 0,1 \frac{b}{b_o} ; k_f \leq 1,2$$

$\beta_p$  Prismendruckfestigkeit des Betons in N/mm<sup>2</sup>

$\mu_v$  Spannbewehrungsgrad in Prozent

$l$  Stützweite

$L$  Spanngliedlänge zwischen den Verankerungen

$l_B$  Abstand der Lasten einschließlich einer Lastausbreitung unter 45° (vergl. Bild 4.3).

Mit Gl. (6.1) ergeben sich die in Bild 6.2 dargestellten Häufigkeitsverteilungen des Quotienten aus gemessenem und rechnerischem Bruchmoment. Sowohl für Plattenstreifen als auch für Balken liegt die 5 %-Fraktile des Quotienten  $M_{u,gem}/M_{u,rech}$  oberhalb von 1,0.

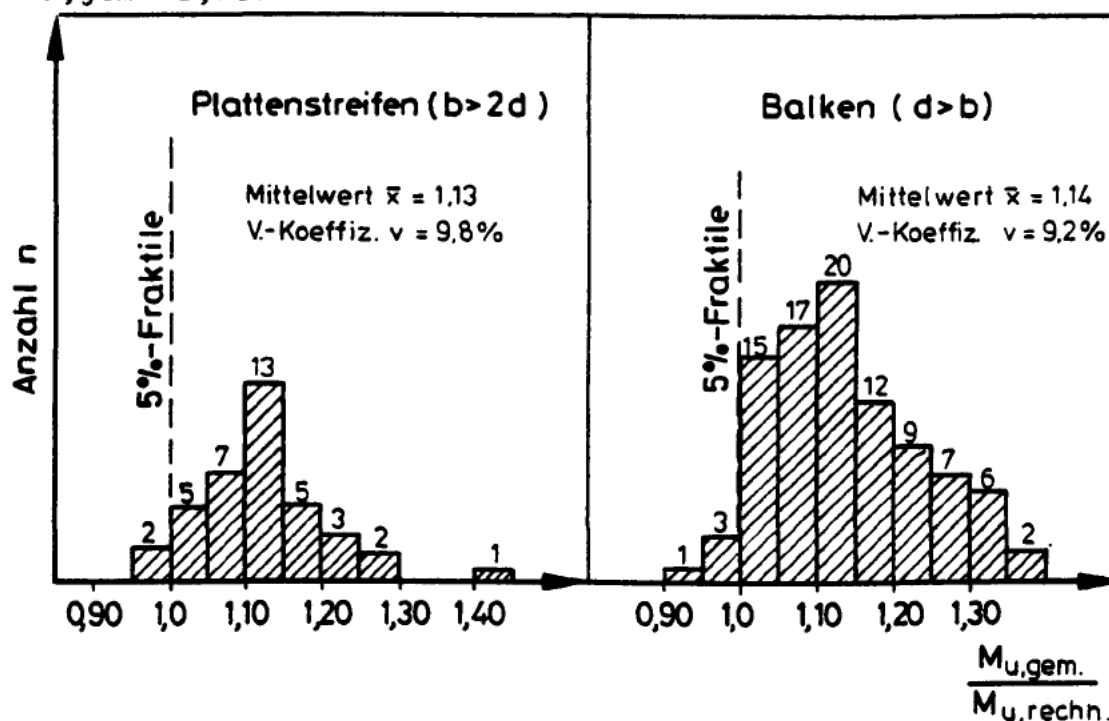


Bild 6.2: Häufigkeitsdiagramm für den Quotienten aus gemessenem und rechnerischem Bruchmoment nach Gl. (6.1) getrennt für Plattenstreifen und Balken

## 7 VERGLEICH DES BEMESSUNGSVORSCHLAGES MIT DEN NORMEN

In diesem Abschnitt werden abschließend die nach Gleichung (6.1) erzielten Bruchsicherheiten mit den entsprechenden Werten nach DIN 4227 Teil 1 /14/ und Teil 6 /15/, SIA 162 /36/, CP 110 / 9/ und ACI 318-77 /1/ verglichen, indem die Quotienten  $M_{u,gem}/M_{u,rech}$  für die verschiedenen Bemessungsansätze in Tabelle 7.1 gegenübergestellt werden. Um die Ergebnisse der verschiedenen Normen untereinander vergleichen zu können, werden nur die Berechnungsansätze zur Ermittlung des Spannungszuwachses variiert, während alle übrigen Annahmen zur Berechnung des Bruchmomentes konstant gehalten werden.

		$\frac{M_{u,gem.}}{M_{u,rechn.}}$		
		Mittelwert	Variations- koeffizient	5%-Fraktile
<b>BALKEN</b> n = 92 Versuche	DIN 4227/1/14/	1,19	11,4 %	1,01
	ACI 318-77 /1/	1,14	9,4 %	0,99
	Gl. ( 6.1 )	1,14	9,0 %	1,00
<b>PLATTENSTREIFEN</b> n = 38 Versuche	DIN 4227/6/15/	1,07	11,2 %	0,95
	SIA 162 /36/	1,03	11,1 %	0,91
	CP 110 / 9/	1,16	12,1 %	1,00
	ACI 318-77 /1/	1,13	10,9 %	0,97
	Gl. ( 6.1 )	1,13	9,8 %	1,00
<b>KRAGTRÄGER</b> n = 22 Versuche	DIN 4227/1/14/	1,11	6,6 %	1,02
	ACI 318-77 /1/	1,07	6,5 %	0,97
	Gl. ( 6.1 )	1,12	5,9 %	1,00

Tabelle 7.1: Mittelwerte, Variationskoeffizienten und 5 %-Fraktile für den Quotienten aus gemessenem und rechnerischem Bruchmoment nach verschiedenen Bemessungsvorschriften

Neben dem Variationskoeffizienten, die ein Maß für die Aussagegenauigkeit der Rechenansätze sind, wird in Tabelle 7.1 den Fraktilenwerten besondere Bedeutung beigemessen. Da in üblichen Bemessungsvorschriften die Bruchsicherheit bezogen auf die 5 %-Fraktile angegeben werden, darf die 5 %-Fraktile des Quotienten aus gemessenem und rechnerischem Bruchmoment den Wert 1,0 nicht unterschreiten.

Mit dem von den Verfassern entwickelten Bemessungsansatz nach Gl. (6.1) wird die Biegebruchtragfähigkeit sowohl für Balken als auch für Plattenstreifen mit ausreichender Sicherheit vorhergesagt: Die 5 %-Fraktile beträgt 1,0 bei Variationskoeffizient von  $v = 9,2 \%$  bzw.  $9,8 \%$ . Die

5 %-Fraktilen der übrigen Bemessungsansätze liegen zum Teil unterhalb des angestrebten Wertes von 1,0 bei gleichzeitig vergrößerem Variationskoeffizienten. So beträgt z.B. die 5 %-Fraktile für den Ansatz nach DIN 4227/6 /15/ bei einfeldrigen Plattenstreifen nur 0,95, d. h. nach DIN 4227/6 wird die Spannkraftzunahme und die daraus resultierende Biegetragfähigkeit bei einfeldrigen Plattenstreifen überschätzt. Zur Einhaltung eines einheitlichen Sicherheitsniveaus erscheint es daher erforderlich, den rechnerischen Spannungszuwachs nach DIN 4227/6 für Einfeldplatten zu reduzieren. Für über mehrere Felder durchlaufende Platten dagegen liefert das Näherungsverfahren nach DIN 4227/6 ausreichende Bruchsicherheit, wie die Gegenüberstellung mit Versuchsdaten an Durchlaufträgern gezeigt hat (vergl. Kapitel 5.1 und Tab. 5.1).

## 8 ZUSAMMENFASSUNG

Ziel der Untersuchungen zum Spannungszuwachs im Bruchzustand bei Vorspannung ohne Verbund war es, einen Berechnungsansatz zu entwickeln, der eine einfache Ermittlung der Spannkraftzunahme sowohl für Platten als auch für Balkentragwerke ermöglicht. Ausgangspunkt der Untersuchungen war eine systematische Auswertung von rd. 155 in der Literatur beschriebener Versuche zum Biegebruchverhalten von Traggliedern mit Vorspannung ohne Verbund. Die hier gewonnenen Erkenntnisse wurden zu einem Lösungsansatz zusammengefaßt, mit dem die Spannkraftzunahme sowohl von plattenartigen Bauteilen als auch von Balken mit Vorspannung ohne Verbund bestimmt werden kann.

Bei der Berechnung des Spannungszuwachses wird davon ausgegangen, daß sich die zum Spannungszuwachs führenden Bauteilverformungen in sog. Gelenkzonen konzentrieren, während die übrigen Bauteilbereiche auch im Bruchzustand weitgehend unverformt bleiben. Die Spanngliedlänge wird aus der Verformung der Gelenkzonen in Abhängigkeit der Lastanordnung



bestimmt. Als wichtigste Parameter gehen die Spanngliedlänge, der Spannbewehrungsgehalt, die Betongüte, Anordnung und Verteilung der Belastung und die Querschnittsform in den Rechenansatz ein. Da die Auswirkungen einer zusätzlichen Betonstahlbewehrung anhand der vorliegenden Versuchsergebnisse nicht abschließend geklärt werden konnte, blieb diese Einflußgröße im Rechenansatz unberücksichtigt.

Die Brauchbarkeit des gewonnenen Lösungsansatzes wurde durch Vergleich mit Versuchsergebnissen nachgewiesen. Eine Gegenüberstellung mit bekannten Verfahren zur Bestimmung des Spannungszuwachses zeigte, daß selbst mit strengen Lösungsansätzen nach der Integrationsmethode der Spannungszuwachs nicht besser vorhergesagt werden kann. Der hohe Rechenaufwand der strengen Lösungen nach der Integrationsmethode wird bei dem derzeitigen Kenntnisstand zum Riß- und Verformungsverhalten von bewehrtem Beton durch die Genauigkeit der erzielten Ergebnisse nicht gerechtfertigt. Dagegen ermöglicht der entwickelte Lösungsansatz nach Gl. (4.10) bzw. (5.2) eine einfache und verhältnismäßig sichere Bestimmung des Spannungszuwachses.

Abschließend konnte mit Gl. (6.1) ein normgerechter Bemessungsvorschlag aufgestellt werden. Ein Vergleich dieses Bemessungsvorschlages mit den Vorschriften DIN 4227/1 und DIN 4227/6 führte zu folgenden Ergebnissen:

- Für einfeldrige Platten und Plattenstreifen wird nach DIN 4227/6 ein zu großer Spannungszuwachs vorhergesagt, der zu einer zu geringen Bruchicherheit führt.
- Bei durchlaufenden Platten und Balken mit geringer Bauhöhe erzielen DIN 4227/6 und der hier entwickelte Rechenansatz vergleichbare Ergebnisse, die eine ausreichende Biegetragfähigkeit im Bruchzustand sichern.

- Für Balkentragwerke ergeben die stark vereinfachenden Rechenannahmen von DIN 4227/1 zum Teil deutlich auf der sicheren Seite liegende Ergebnisse. Besonders die Annahme, daß bei Durchlaufträgern kein Spannungszuwachs auftritt, erscheint zu vorsichtig.

Im Rahmen der Untersuchungen wurden zwei Probleme angesprochen, die weiterführender Untersuchungen bedürfen. Zunächst sollte der Einfluß einer zusätzlichen Betonstahlbewehrung auf den Spannungszuwachs durch einige gezielte Versuche, bei denen als einziger Versuchsparameter der Betonstahlbewehrungsgehalt variiert wird, untersucht werden. Ferner sollte die Anwendung des entwickelten Lösungsansatzes bei durchlaufenden Balkentragwerken experimentell abgesichert werden. Hierbei sind als Versuchskörper Durchlaufbalken mit großer Bauhöhe ( $d > 0,5 \text{ m}$ ) von besonderem Interesse, die es ermöglichen, auch den Einfluß der Bauteilhöhe auf den Spannungszuwachs zu beurteilen.

## 9 LITERATURVERZEICHNIS

- /1/ ACI - Standard 318-7  
American Concrete Institut  
Building Code Requirements for Reinforced Concrete
- /2/ Baker, A.L.L.  
A Plastic Theory of Design for Ordinary Reinforced and  
Prestressed Concrete Including Moment Redistribution in  
Continuous Members  
Magazine of Concrete Research, Vol. 1, No. 2, S. 57-66, 1949
- /3/ Baker, A.L.L.  
Test on Concrete Beams Reinforced with 12-Gauge Wires of an  
Ultimate Strength of 120 tons per sq. in.  
Magazine of Concrete Research, Vol. 3, No. 9, S. 121-127,  
1952
- /4/ Bauer, F. ; Geymayer, H.; Rock, S.  
Tragverhalten von vorgespannten Kragträgern ohne Verbund  
Forschungsbericht der Technischen Versuchs- und  
Forschungsanstalt für Festigkeits- und Materialprüfung der  
Technischen Universität Graz, Dezember 1982
- /5/ Betonkalender 1984  
Verlag Wilhelm Ernst und Sohn
- /6/ Bruggeling, A.S.G.  
Voorspanning zonder aanhechting, Enkelstrengsystemen  
Stichting Professor Bakkerfonds, Delft 1976
- /7/ Buschmeyer, W.  
Vorspannung ohne Verbund - Bemessung und Konstruktion,  
Dissertation  
Universität Essen, 1983
- /8/ CEB/FIP  
Mustervorschrift für Tragwerke aus Stahlbeton und  
Spannbeton, Ausgabe 1978
- /9/ CP 110  
Code of Practice for the Structural Use of Concrete  
British Standards Institution, London 1972
- /10/ Ciesla, I.  
The Ultimate Load-Bearing Capacity of Prestressed Concrete  
Beams with Unbonded Tendons  
FIP 78, S. 101-112
- /11/ Cooke, N. ; Park, R.; Yong, Ph.  
Flexural Strength of Prestressed Concrete Members with  
Unbonded Tendons  
PCI - Journal, S.53-79, 1981

- /12/ Copier, V.J.  
Platen met VZA, Toename van de Voorspankracht in het  
Bezwijkstadium  
Cement, Nr. 4, S. 173-181, 1979
- /13/ DIN 1045  
Beton- und Stahlbetonbau, Bemessung und Ausführung,  
Ausgabe 1978
- /14/ DIN 4227 - Teil 1  
Spannbeton, Bauteile aus Normalbeton mit beschränkter oder  
voller Vorspannung,  
Ausgabe 1979
- /15/ DIN 4227 - Teil 6  
Spannbeton, Bauteile mit Vorspannung ohne Verbund,  
Ausgabe Mai 1982
- /16/ Dilger, W.  
Veränderlichkeit der Biege- und Schubsteifigkeit bei  
Stahlbetontragwerken und ihr Einfluß auf  
Schnittkraftverteilung und Traglast bei statisch  
unbestimmter Lagerung  
Heft 179 der Schriftenreihe des DAfStb., 1966
- /17/ Dywidag  
Spannverfahren, Litzenspannglieder ohne Verbund  
Zulassungsbescheid vom 9.2.1981  
Institut für Bautechnik in Berlin
- /18/ Giehrach, U.; Sättle, C.  
Die Versuche der Bundesbahn an Spannbetonbalken in  
Kornwestheim  
Heft 115 der Schriftenreihe des DAfStb., 1954
- /19/ Gifford, F.W.  
Tests on End-Anchored Unbonded Prestressed Concrete Beams  
Having Parabolic Steel Eccentricity, Subject to Uniformly  
Distributed Loading  
Magazine of Concrete Research, S. 27-36, August 1953
- /20/ Huber, A. ; Salvay, J.  
Effecto de Adherencia en la Rotura de Vigas Pretensadas  
Sociedad Argentina de Ensayo de Materiales, Buenos Aires,  
1971
- /21/ Ivanyi, G.; Buschmeyer, W.  
Versuche an Biegetragwerken mit Vorspannung ohne Verbund  
Heft 20 der Forschungsberichte aus dem Fachbereich Bauwesen  
der Universität Essen, 1981
- /22/ Ivanyi, G.; Buschmeyer, W.  
Biegeversuche an Plattenstreifen mit zentrischer Vorspannung  
ohne Verbund  
Heft 16 der Forschungsberichte aus dem Fachbereich Bauwesen  
der Universität Essen, 1981

- /23/ Janney, J.R.; Hognestad, E. ; Mc Henry, D.  
Ultimate Flexural Strength of Prestressed and Conventionally  
Reinforced Concrete Beams  
ACI Proceeding Vol. 52, No. 6, S. 601-620, Februar 1956
- /24/ Kordina, K.  
Untersuchung der Möglichkeiten des Einsatzes der  
Vorspannung ohne Verbund  
Forschungsbericht des Instituts für Baustoffe, Massivbau  
und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig,  
September 1983
- /25/ Kordina, K. ; Teutsch, M. ; Hegger, J.  
Ermittlung der wirtschaftlichen Bewehrung von Flachdecken  
mit Vorspannung ohne Verbund  
Heft 355 des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton, 1984
- /26/ Leonhardt, F.  
Vorlesungen über Massivbau, Teil 1-6  
Springer Verlag Berlin
- /27/ Lorentsen, M.  
Shear and Bond in Prestressed Concrete Beams without  
Shear Reinforcement  
Transaction No. 47, National Swedish Council for  
Building Research, Stockholm, 1964
- /28/ Mattock, A.H.  
A Study of the Ultimate Moment of Resistance of  
Prestressed and Reinforced Concrete Beams with  
Particular Reference to Bond Conditions, Dissertation  
University of London, 1955
- /29/ Mattock, A.H. ; Yamazaki, J.; Katulla, B.T.  
Comparative Study of Prestressed Concrete Beams with  
and without Bond  
ACI-Journal 68-13, S.116-125, 1971
- /30/ Muller, J.  
Construction of Long Key Bridge  
PCI-Journal, S. 97-110, November/Dezember 1980
- /31/ Plähn, J.  
Eine strenge Lösung des Biegebruchsicherheitsnachweises  
für den rechteckigen Spannbetonbalken ohne Verbund  
IVHB-Papier, Band 30-II, 1970
- /32/ Podolny, W. ; Mireles, A.A.  
Kuwait's Bubiyan Bridge - a 3 D Precast Segmental  
Space Frame  
PCI-Journal, S. 68-107, Januar/Februar 1983
- /33/ Ritz, P.  
Biegeverhalten von Platten mit Vorspannung ohne Verbund  
Dissertation No. 6137, ETH Zürich, Mai 1978

- /34/ Ritz, P.; Marti, P. ; Thürlimann, B.  
Versuche über das Biegeverhalten von Platten ohne Verbund,  
Versuchsbericht des Institut für Baustatik und Konstruktion  
der ETH Zürich, 1975
- /35/ Rüsch, H. ; Kordina, K. ; Zelger, C.  
Bruchsicherheit bei Vorspannung ohne Verbund  
Heft 130 der Schriftenreihe des DAfStb., Berlin, 1959
- /36/ SIA 162  
Norm für die Berechnung, Konstruktion und Ausführung von  
Bauwerken aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton  
Zürich, 1968
- /37/ Tam, A. ; Pannell, F.N.  
The Ultimate Moment of Resistance of Unbonded Partially  
Prestressed Reinforced Concrete Beams  
Magazine of Concrete Research, Vol. 28, No. 97, S. 203-208,  
1976
- /38/ Thomas, P.  
Les Cables non Adherents dans les Constructions en Beton,  
Resultats des Recherches Experimentales  
C.S.T.C.-Rev. 1977, No. 4, S. 2-18, Dezember 1977
- /39/ Trost, H. ; Cordes, H.; Weller, B.  
Anwendung der Vorspannung ohne Verbund im Ingenieurhochbau  
Forschungsbericht der TH Aachen, 1982
- /40/ VB 1974  
Regulations for Concrete, VB 1974, Part H-Prestressed  
Concrete Using Unbonded Tendons  
Additional Requirements Nederlands Normalisatie-Instituut,  
Rijswijk, 1981
- /41/ VSL  
Spannverfahren mit Litzen ohne Verbund  
Zulassungsbescheid vom 9.2.1982, Institut für Bautechnik
- /42/ Warwaruk, J.; Sozen, M.A. ; Siess, C.P.  
Strength and Behaviour in Flexural of Prestressed Concrete  
Beams  
Bulletin No. 464, Engineering Experiment Station,  
University of Illinois, Urbana 1962
- /43/ Wittfoht, H.  
Betrachtungen zur Theorie und Anwendung der Vorspannung im  
Massivbrückenbau  
Beton- und Stahlbetonbau, Heft 4, 78-86, 1981
- /44/ Wölfel, E.  
Vorspannung ohne Verbund - Besonderheit der Bemessung  
Beton- und Stahlbetonbau, S. 209-211, September 1981
- /45/ CUR-Rapport 95  
Vorspanning zonder aanhechting, deel I  
1979

ANHANG

**Tabelle A1: Gleichungen zur Ermittlung der Spannkraftzunahme bei Vorspannung ohne Verbund**

**Tabelle A2: Daten der ausgewählten Versuche zur Spannkraftzunahme bei Vorspannung ohne Verbund**

AUTOR	AUFBAU DES RECHENANSATZES												
Warwaruk Sozen Siess	$\sigma_{v,u} = \sigma_{v,v}^{(o)} + 207 - 4,75 \cdot \frac{\mu_v}{\beta_p} \cdot 10^5 \quad [\text{N/mm}^2]$ $\sigma_{v,u} \geq \sigma_{v,v}^{(o)} \quad \text{mit } \mu_v = \frac{A_v}{b h}$												
Mattock Yamazaki Kattula	$\sigma_{v,u} = \sigma_{v,v}^{(o)} + 69 \cdot \frac{1,4 \cdot \beta_p}{\mu_v} \cdot 10^{-2} \quad [\text{N/mm}^2]$ $\text{mit } \mu_v = \frac{A_v}{b h}$												
ACI 318 - 77	$\sigma_{v,u} = \sigma_{v,v}^{(o)} + 69 \cdot \frac{\beta_p}{\mu_v} \cdot 10^{-2} \quad [\text{N/mm}^2]$ $\sigma_{v,u} \leq \sigma_{v,v}^{(o)} + 415 \quad [\text{N/mm}^2]$												
CP 110	<table><tr><td><math>\frac{\sigma_{v,v}^{(o)} \cdot A_z}{\beta_p \cdot b \cdot h}</math></td><td>0,025</td><td>0,05</td><td>0,10</td><td>0,15</td><td>0,20</td></tr><tr><td><math>\frac{\sigma_{v,u}}{\sigma_{v,v}^{(o)}}</math></td><td>1,23</td><td>1,21</td><td>1,18</td><td>1,14</td><td>1,11</td></tr></table>	$\frac{\sigma_{v,v}^{(o)} \cdot A_z}{\beta_p \cdot b \cdot h}$	0,025	0,05	0,10	0,15	0,20	$\frac{\sigma_{v,u}}{\sigma_{v,v}^{(o)}}$	1,23	1,21	1,18	1,14	1,11
$\frac{\sigma_{v,v}^{(o)} \cdot A_z}{\beta_p \cdot b \cdot h}$	0,025	0,05	0,10	0,15	0,20								
$\frac{\sigma_{v,u}}{\sigma_{v,v}^{(o)}}$	1,23	1,21	1,18	1,14	1,11								
DIN 4227 Teil 6	$\sigma_{v,u} = \sigma_{v,v}^{(o)} + E_v \cdot \frac{\Delta l}{L} \quad \text{im Feld}$ $\sigma_{v,u} = \sigma_{v,v}^{(o)} + E_v \cdot \frac{(\Delta l_1 + \Delta l_2)}{L} \quad \text{über der Stütze}$ $\text{mit } \Delta l = \frac{3 \cdot f \cdot h}{l} \quad \text{und } f = \frac{l}{50}$												
SIA 162	$\sigma_{v,u} = \sigma_{v,v}^{(o)} + \frac{1}{L} \cdot 0,075 h \cdot E_v \quad \text{im Feld}$ $\sigma_{v,u} = \sigma_{v,v}^{(o)} + \frac{1}{L} (0,00125 \cdot l + 0,10 h_v) E_v \quad \text{über der Stütze}$												
Thomas	$\sigma_{v,u} = \sigma_{v,v}^{(o)} + \frac{\Delta l}{L} \cdot E$ $\text{mit } \Delta l = \frac{4 \cdot f \cdot z}{l} \quad \text{und } f = d - 0,05 h_v - e_v$												
DIN 4227 Teil 1	$\sigma_{v,u} = \sigma_{v,v}^{(o)} + 110 \quad [\text{N/mm}^2] \quad \text{Einfeldträger}$ $\sigma_{v,u} = \sigma_{v,v}^{(o)} + 50 \quad [\text{N/mm}^2] \quad \text{Kragträger}$ $\sigma_{v,u} = \sigma_{v,v}^{(o)} + 0 \quad [\text{N/mm}^2] \quad \text{Durchlaufträger}$												
Lösungsansatz nach Gl. 4.10	$\sigma_{v,u} = \sigma_{v,v}^{(o)} + \left( 2,0 \cdot \frac{0,03 \cdot \beta_p}{\mu_v} \right) \cdot 10^{-3} \cdot l_g \cdot k_f \cdot \frac{E_v}{L}$ $\frac{0,03 \cdot \beta_p}{\mu_v} \leq 7,0 \quad ; \quad l_g = \left( 0,2 + 0,25 \frac{b}{b_o} \right) l$ $k_f = 0,9 + 0,10 \frac{b}{b_o} \quad \text{mit } b/b_o \leq 3,0$												

**TABELLE A1:** Gleichungen zur Ermittlung der Spannkraftzunahme bei Vorspannung ohne Verbund



Nr. Autor	Bez.	b <sub>0</sub>	d	b	d <sub>0</sub>	h <sub>s</sub>	h <sub>v</sub>	A <sub>s</sub>	A <sub>v</sub>	B <sub>s,s</sub>	B <sub>s,v</sub>	B <sub>p</sub>	l	L	l <sub>B</sub>	N <sub>vo</sub>	N <sub>vu</sub>	M <sub>u, gem</sub>
		m	m	m	m	m	m	mm <sup>2</sup>	mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	m	m	cm	NN	NN	NNm
1 Rüschi	I	0.122	0.334	0.122	0.334	0.257	0.257	0.	546.	0.	532.	35.3	5.00	5.40	233.	.2330	.2900	.06640
2 Kordina	II	0.122	0.334	0.122	0.334	0.257	0.257	0.	528.	0.	538.	15.2	5.00	5.40	233.	.1850	.2430	.05080
3 Zelger	III	0.120	0.328	0.120	0.328	0.253	0.253	0.	542.	0.	548.	53.8	5.00	5.40	153.	.2430	.3000	.07430
4 / 35/	IV	0.123	0.341	0.123	0.341	0.272	0.272	0.	540.	0.	536.	18.0	5.00	5.40	148.	.1640	.2280	.04830
5	V	0.130	0.341	0.130	0.341	0.320	0.267	113.	540.	220.	546.	43.7	5.00	5.40	233.	.2430	.2960	.08350
6	VI	0.121	0.333	0.121	0.333	0.259	0.259	0.	264.	0.	1530.	63.8	5.00	5.40	233.	.2180	.2960	.07460
7 Tam	B1	0.160	0.230	0.160	0.230	0.205	0.170	157.	154.	522.	1400.	51.7	3.06	3.29	33.	.1199	.1482	.04010
8 Pannell	B2	0.157	0.210	0.157	0.210	0.205	0.173	314.	231.	535.	1400.	48.6	4.07	4.30	31.	.1724	.2075	.06070
9 / 37/	B3	0.153	0.210	0.153	0.210	0.182	0.148	157.	115.	540.	1400.	57.6	4.07	4.37	31.	.0974	.1208	.03080
10	B4	0.153	0.205	0.153	0.205	0.182	0.142	236.	192.	533.	1400.	42.3	4.07	4.37	31.	.1658	.1866	.03840
11	B5	0.160	0.158	0.160	0.158	0.133	0.104	157.	115.	535.	1400.	53.1	3.05	3.35	26.	.1089	.1233	.02210
12	B6	0.160	0.158	0.160	0.158	0.138	0.097	157.	154.	540.	1400.	56.7	3.05	3.35	26.	.1314	.1454	.02250
13	B7	0.160	0.158	0.160	0.158	0.138	0.103	157.	154.	533.	1400.	48.8	4.00	4.14	26.	.1198	.1324	.02280
14	B8	0.162	0.158	0.162	0.158	0.138	0.093	236.	77.	533.	1400.	52.1	4.00	4.19	26.	.0505	.0564	.02100
15 Mattock	TU1	0.152	0.305	0.152	0.305	0.279	0.254	350.	197.	327.	1794.	27.5	8.53	8.68	366.	.2487	.3540	.12730
16 Yamazaki	TU2	0.152	0.305	0.152	0.305	0.279	0.254	128.	197.	385.	1794.	27.5	8.53	8.68	366.	.2470	.3447	.10430
17 Katulla	RU1	0.152	0.305	0.152	0.305	0.286	0.254	207.	197.	352.	1794.	27.5	8.53	8.68	366.	.2490	.2830	.08150
18 /8a/	RU2	0.152	0.305	0.152	0.305	0.286	0.254	191.	197.	327.	1794.	27.5	8.53	8.68	366.	.2537	.2790	.07940
19	TU3	0.152	0.305	0.152	0.305	0.279	0.254	71.	197.	1030	1794.	27.5	8.53	8.68	366.	.2559	.3534	.11880
20 Trost	2	0.200	0.400	0.200	0.400	0.350	0.350	0.	274.	0.	1559.	42.3	4.80	5.20	220.	.2775	.4270	.14400
21 Cordes	4	0.200	0.400	0.200	0.400	0.350	0.350	0.	278.	0.	1616.	52.2	4.80	5.20	80.	.2763	.3440	.10780
22 Weller /39/	5	0.200	0.400	0.200	0.400	0.370	0.350	56.	278.	490.	1607.	40.8	4.80	5.20	80.	.2782	.4350	.14290
23 Ciesla	1/3	0.120	0.260	0.120	0.260	0.247	0.219	101.	235.	240.	1652.	39.5	3.60	3.78	156.	.2058	.3396	.07100
24 /10/	1/6	0.120	0.260	0.120	0.260	0.247	0.209	101.	235.	240.	1652.	39.5	3.60	3.78	156.	.2058	.3136	.06600
25	1/7	0.120	0.260	0.120	0.260	0.247	0.209	101.	235.	240.	1652.	39.5	3.60	3.78	156.	.2058	.3084	.06500
26	1/9	0.120	0.260	0.120	0.260	0.247	0.209	101.	235.	240.	1652.	39.5	3.60	3.78	156.	.2058	.2929	.06200
27	1/12	0.120	0.260	0.120	0.260	0.247	0.199	101.	235.	240.	1652.	39.5	3.60	3.78	156.	.2058	.3240	.06800
28	2/1	0.240	0.550	0.240	0.550	0.427	0.350	157.	1196.	240.	1505.	37.2	9.99	10.5	401.	.9540	1.532	.63900
29	2/5	0.240	0.550	0.240	0.550	0.427	0.350	157.	1196.	240.	1505.	37.2	9.99	10.5	401.	.9540	1.270	.53300
30	3/2	0.123	0.250	0.123	0.250	0.235	0.201	157.	235.	240.	1502.	38.0	5.60	5.80	221.	.1871	.2618	.05400
31	3/3	0.123	0.250	0.123	0.250	0.235	0.191	157.	235.	240.	1502.	38.0	5.60	5.80	221.	.1871	.1990	.04300
32	3/5	0.123	0.250	0.123	0.250	0.235	0.201	157.	235.	240.	1502.	38.0	5.60	5.80	221.	.1871	.2732	.05600
33	4a/17	0.082	0.142	0.082	0.142	0.132	0.117	20.	36.	480.	2022.	29.0	2.00	2.10	90.	.0432	.0614	.00710
34	4a/19	0.082	0.142	0.082	0.142	0.132	0.117	20.	36.	480.	2022.	29.0	2.00	2.10	90.	.0432	.0614	.00710
35	4a/21	0.082	0.142	0.082	0.142	0.132	0.107	20.	36.	480.	2022.	29.0	2.00	2.10	90.	.0432	.0603	.00700
36	4a/23	0.082	0.142	0.082	0.142	0.132	0.107	20.	36.	480.	2022.	29.0	2.00	2.10	90.	.0432	.0510	.00610
37	4a/25	0.082	0.142	0.082	0.142	0.132	0.107	20.	36.	480.	2022.	29.0	2.00	2.10	90.	.0432	.0541	.00640
38	4b/11	0.082	0.142	0.082	0.142	0.131	0.106	20.	36.	480.	2022.	34.0	2.00	2.10	90.	.0432	.0518	.00620
39	4b/13	0.082	0.142	0.082	0.142	0.131	0.106	20.	36.	480.	2022.	34.0	2.00	2.10	90.	.0432	.0518	.00620
40	4b/29	0.082	0.142	0.082	0.142	0.131	0.116	20.	36.	480.	2022.	34.0	2.00	2.10	90.	.0432	.0631	.00730
41	4b/31	0.082	0.142	0.082	0.142	0.131	0.106	20.	36.	480.	2022.	34.0	2.00	2.10	90.	.0432	.0569	.00670
42	4b/33	0.082	0.142	0.082	0.142	0.131	0.106	20.	36.	480.	2022.	34.0	2.00	2.10	90.	.0432	.0590	.00690
43 Wawaruk	OU087	0.152	0.305	0.152	0.305	0.185	0.185	0.	96.	0.	1372.	25.5	2.75	3.05	182.	.0800	.1172	.01930
44 Sozen	OU252	0.152	0.305	0.152	0.305	0.188	0.188	0.	231.	0.	1372.	21.0	2.75	3.05	182.	.1897	.2326	.03780
45 Siess	OU033	0.152	0.307	0.152	0.307	0.199	0.199	0.	55.	0.	1462.	36.8	2.75	3.05	137.	.0463	.0770	.01550
46 / 42/	OU034	0.152	0.300	0.152	0.300	0.199	0.199	0.	59.	0.	1475.	37.0	2.75	3.05	137.	.0482	.0740	.01450
47	OU038	0.152	0.307	0.152	0.307	0.178	0.178	0.	78.	0.	1475.	49.7	2.75	3.05	137.	.0636	.0995	.01780
48	OU056	0.152	0.305	0.152	0.305	0.182	0.182	0.	97.	0.	1475.	41.1	2.75	3.05	137.	.0834	.1177	.02210
49	OU076	0.152	0.310	0.152	0.310	0.185	0.185	0.	111.	0.	1462.	32.9	2.75	3.05	137.	.0934	.1194	.02310
50	OU082	0.152	0.307	0.152	0.307	0.214	0.214	0.	113.	0.	1462.	27.8	2.75	3.05	137.	.0994	.1278	.02830
51	OU149	0.155	0.307	0.155	0.307	0.209	0.209	0.	222.	0.	1462.	30.1	2.75	3.05	137.	.1849	.2495	.05060
52	OU193	0.157	0.307	0.157	0.307	0.212	0.212	0.	259.	0.	1462.	26.6	2.75	3.05	137.	.2123	.2733	.05150
53	OU238	0.157	0.305	0.157	0.305	0.195	0.195	0.	155.	0.	1475.	13.9	2.75	3.05	137.	.1277	.1571	.02680
54	OU244	0.152	0.307	0.152	0.307	0.194	0.194	0.	185.	0.	1462.	16.8	2.75	3.05	137.	.1520	.1671	.02910
55	OU288	0.155	0.307	0.155	0.307	0.189	0.189	0.	234.	0.	1475.	17.7	2.75	3.05	137.	.1789	.2146	.03600
56	OU354	0.152	0.307	0.152	0.307	0.193	0.193	0.	205.	0.	1462.	12.8	2.75	3.05	137.	.1652	.1810	.03000

**TABELLE A2:** Daten der ausgewerteten Versuche zur  
Spannkraftzunahme bei Vorspannung ohne Verbund

Nr.	Autor	Bez.	b <sub>o</sub>	d	b	d <sub>o</sub>	h <sub>s</sub>	h <sub>v</sub>	A <sub>s</sub>	A <sub>v</sub>	β <sub>s,s</sub>	β <sub>s,v</sub>	β <sub>p</sub>	l	L	L <sub>B</sub>	N <sub>vo</sub>	N <sub>vu</sub>	M <sub>u,gem</sub>
			m	m	m	m	m	m	mm <sup>2</sup>	mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	m	m	cm	MN	MN	MNm
57		OU097	0.152	0.300	0.152	0.300	0.192	0.192	0.	96.	0.	1372.	22.3	2.75	3.05	91.	.0803	.0993	.01830
58		OU255	0.152	0.300	0.152	0.300	0.196	0.196	0.	231.	0.	1372.	20.2	2.75	3.05	91.	.1977	.2086	.03340
59		OU024	0.152	0.310	0.152	0.310	0.199	0.199	0.	55.	0.	1462.	49.8	2.75	3.05	45.	.0468	.0675	.01550
60		OU065	0.150	0.307	0.150	0.307	0.208	0.208	0.	111.	0.	1462.	36.0	2.75	3.05	45.	.0941	.1339	.02860
61		OU100	0.152	0.307	0.152	0.307	0.212	0.212	0.	130.	0.	1462.	26.3	2.75	3.05	45.	.1126	.1533	.03140
62		OU157	0.157	0.307	0.157	0.307	0.193	0.193	0.	117.	0.	1475.	16.1	2.75	3.05	45.	.0967	.1089	.02220
63		OU159	0.155	0.300	0.155	0.300	0.186	0.186	0.	214.	0.	1475.	30.7	2.75	3.05	45.	.1745	.2184	.04090
64		OU183	0.152	0.310	0.152	0.310	0.187	0.187	0.	185.	0.	1462.	23.3	2.75	3.05	45.	.1534	.2054	.03560
65		OU231	0.152	0.307	0.152	0.307	0.192	0.192	0.	241.	0.	1462.	23.3	2.75	3.05	45.	.1973	.2293	.04290
66		OU232	0.152	0.310	0.152	0.310	0.192	0.192	0.	148.	0.	1462.	14.3	2.75	3.05	45.	.1235	.1408	.02580
67		OU350	0.155	0.307	0.155	0.307	0.189	0.189	0.	166.	0.	1462.	10.7	2.75	3.05	45.	.1351	.1568	.02860
68		OU460	0.152	0.305	0.152	0.305	0.189	0.189	0.	203.	0.	1462.	10.0	2.75	3.05	45.	.1602	.1750	.03140
69		os092	0.152	0.300	0.152	0.300	0.269	0.184	142.	96.	331.	1372.	24.4	2.75	3.05	182.	.0816	.1099	.02930
70		os238	0.152	0.307	0.152	0.307	0.272	0.191	142.	231.	327.	1372.	21.8	2.75	3.05	182.	.1929	.2325	.04470
71		os042	0.152	0.300	0.152	0.300	0.264	0.185	142.	59.	464.	1475.	32.3	2.75	3.05	137.	.0478	.0675	.02770
72		os095	0.152	0.300	0.152	0.300	0.269	0.180	142.	117.	391.	1475.	29.2	2.75	3.05	137.	.0951	.1331	.03740
73		os138	0.152	0.300	0.152	0.300	0.274	0.198	142.	195.	332.	1475.	30.6	2.75	3.05	137.	.1641	.1990	.04350
74		os151	0.152	0.300	0.152	0.300	0.269	0.180	142.	206.	338.	1475.	30.8	2.75	3.05	137.	.1667	.2159	.04380
75		os152	0.152	0.300	0.152	0.300	0.269	0.190	142.	136.	325.	1342.	21.3	2.75	3.05	137.	.0891	.1434	.03550
76		os155	0.152	0.300	0.152	0.300	0.264	0.194	142.	234.	328.	1475.	33.4	2.75	3.05	137.	.1886	.2340	.05090
77		os282	0.152	0.300	0.152	0.300	0.269	0.190	142.	272.	327.	1475.	21.8	2.75	3.05	137.	.2199	.2551	.04850
78		os369	0.152	0.300	0.152	0.300	0.269	0.194	142.	214.	332.	1475.	12.8	2.75	3.05	91.	.1804	.1845	.03990
79		os099	0.152	0.307	0.152	0.307	0.267	0.190	142.	96.	329.	1372.	23.1	2.75	3.05	91.	.0790	.0967	.02830
80		os246	0.152	0.300	0.152	0.300	0.272	0.198	142.	231.	327.	1372.	20.4	2.75	3.05	91.	.1961	.2103	.04410
81		os075	0.152	0.300	0.152	0.300	0.267	0.185	142.	115.	329.	1372.	35.6	2.75	3.05	137.	.0968	.1261	.03550
82		ow141	0.152	0.300	0.152	0.300	0.267	0.190	142.	193.	330.	1372.	31.2	2.75	3.05	137.	.1656	.1968	.04370
83		ow155	0.152	0.300	0.152	0.300	0.267	0.185	142.	231.	331.	1372.	33.5	2.75	3.05	137.	.1945	.2134	.04860
84	Janney	30128	0.152	0.305	0.152	0.305	0.211	0.211	0.	103.	0.	1620.	38.6	2.74	3.05	130.	.0781	.1210	.02310
85	Hognestad	30144	0.152	0.305	0.152	0.305	0.211	0.211	0.	103.	0.	1620.	36.0	2.74	3.05	130.	.0867	.1262	.02510
86	Mc Henry	30307	0.152	0.305	0.152	0.305	0.211	0.211	0.	206.	0.	1620.	32.3	2.74	3.05	130.	.1847	.2359	.04610
87	/23/	30428	0.152	0.305	0.152	0.305	0.211	0.211	0.	309.	0.	1620.	34.7	2.74	3.05	130.	.2557	.3312	.05680
88		31428	0.152	0.305	0.152	0.305	0.211	0.211	0.	309.	0.	1620.	34.7	2.74	3.05	130.	.2834	.3253	.05900
89		40131	0.152	0.305	0.152	0.305	0.211	0.211	254.	51.	307.	1620.	33.7	2.74	3.05	130.	.0422	.0632	.03030
90		40285	0.152	0.305	0.152	0.305	0.211	0.211	254.	154.	307.	1620.	34.7	2.74	3.05	130.	.1327	.1772	.05290
91		40455	0.152	0.305	0.152	0.305	0.211	0.211	254.	257.	307.	1620.	32.3	2.74	3.05	130.	.2162	.2837	.06620
92	Kordina Teutsch Hegger /25/	SOV1	0.100	0.740	0.600	0.120	0.680	0.680	0.	2412.	0.	830.	46.0	6.00	6.60	274.	1.204	2.056	1.3000
93	Trost	1	0.400	0.200	0.400	0.200	0.155	0.155	0.	274.	0.	1559.	48.8	4.80	5.00	318.	.2770	.4270	.06180
94	Cordes Weller /39/	3	0.400	0.200	0.400	0.200	0.155	0.155	0.	278.	0.	1616.	49.3	4.80	5.00	40.	.2841	.3710	.05450
95	Ivanyi	PS1	0.337	0.166	0.337	0.166	0.166	0.103	0.	100.	0.	1805.	56.0	2.89	3.69	148.	.1050	.1452	.01420
96	Buschmeyer	PS2	0.342	0.167	0.342	0.167	0.167	0.100	0.	200.	0.	1805.	51.0	2.88	3.68	148.	.1700	.2170	.02010
97	/21,22/	PS3	0.342	0.168	0.342	0.168	0.167	0.071	0.	200.	0.	1805.	58.0	2.88	3.68	148.	.2350	.3134	.01780
98		PS4	0.516	0.243	0.516	0.243	0.243	0.116	0.	300.	0.	1805.	38.0	4.29	5.49	212.	.2337	.3402	.03550
99		PS5	0.517	0.242	0.517	0.242	0.242	0.111	0.	300.	0.	1805.	42.0	4.33	5.53	212.	.3851	.4544	.04210
100		PS6	0.515	0.242	0.515	0.242	0.242	0.116	0.	500.	0.	1805.	47.0	4.34	5.54	212.	.5283	.6263	.06100
101		PS7	0.345	0.161	0.345	0.161	0.149	0.095	198.	100.	436.	1805.	47.0	2.88	3.68	148.	.1059	.1592	.02480
102		PS8	0.519	0.241	0.519	0.241	0.223	0.135	452.	300.	439.	1805.	50.0	4.30	5.50	212.	.2399	.4055	.08920
103		PS9	0.521	0.241	0.521	0.241	0.223	0.165	352.	200.	436.	1805.	54.0	4.35	5.55	212.	.1221	.2869	.07340
104		PS11	0.516	0.240	0.516	0.240	0.222	0.153	113.	200.	422.	1805.	45.0	4.28	5.52	212.	.1232	.1978	.02640
105		PS12	0.514	0.240	0.514	0.240	0.222	0.132	57.	200.	427.	1805.	40.0	4.31	5.51	212.	.1878	.2688	.03260
106		PS13	0.340	0.160	0.340	0.160	0.143	0.074	0.	200.	0.	1805.	42.5	2.88	3.68	148.	.2345	.2741	.01650
107		PS14	0.510	0.241	0.510	0.241	0.223	0.123	57.	200.	402.	1805.	34.8	4.31	5.51	212.	.2466	.3028	.03880
108		PS15	0.512	0.240	0.512	0.240	0.222	0.148	0.	200.	0.	1805.	36.5	4.32	5.52	212.	.1231	.2645	.03610
109		PS16	0.510	0.240	0.510	0.240	0.222	0.120	226.	300.	408.	1805.	25.5	2.41	2.89	40.	.2441	.3464	.05900
110		PS18	0.510	0.240	0.510	0.240	0.222	0.125	339.	200.	412.	1805.	54.4	2.41	2.89	40.	.1201	.2095	.05800
111		PS19	0.511	0.240	0.511	0.240	0.222	0.108	113.	300.	410.	1805.	46.7	2.40	2.88	36.	.3576	.4662	.05210
112		PS21	1.020	0.478	1.020	0.478	0.460	0.247	452.	500.	411.	1805.	44.2	4.83	5.79	346.	.4930	.7265	.24600
113		PS22	1.020	0.482	1.020	0.482	0.464	0.210	0.	1540.	0.	1805.	46.7	4.79	5.79	346.	1.439	2.039	.37600
114		PS23	0.341	0.161	0.341	0.161	0.143	0.080	0.	200.	0.	1805.	29.7	2.88	3.68	148.	.1675	.2071	.01480
115		PS24	1.020	0.481	1.020	0.481	0.463	0.231	226.	900.	414.	1805.	30.6	4.80	5.76	346.	.9831	1.347	.30700

TABELLE A2: (Fortsetzung)

Nr. Autor	Bez.	b <sub>0</sub>	d	b	d <sub>0</sub>	h <sub>s</sub>	h <sub>v</sub>	A <sub>s</sub>	A <sub>v</sub>	β <sub>s,s</sub>	β <sub>s,v</sub>	β <sub>p</sub>	l	L	l <sub>B</sub>	N <sub>vo</sub>	N <sub>vu</sub>	M <sub>u,gem</sub>
		m	m	m	m	m	m	mm <sup>2</sup>	mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	m	m	cm	MN	MN	MNm
116 Thomas	P1	1.000	0.180	1.000	0.180	0.143	0.143	0.	396.	0.	1788.	45.8	6.00	6.30	330.	.5080	.6690	.09030
117 / 38/	P2	1.000	0.180	1.000	0.180	0.155	0.143	191.	396.	583.	1788.	45.8	6.00	6.30	330.	.5080	.6960	.11030
118	P3	1.000	0.180	1.000	0.180	0.155	0.143	191.	297.	583.	1788.	45.8	6.00	6.30	330.	.3810	.4830	.08250
119	P4	1.000	0.180	1.000	0.180	0.155	0.143	308.	297.	546.	1788.	45.8	6.00	6.30	330.	.3810	.5300	.10140
120	P5	1.000	0.180	1.000	0.180	0.155	0.143	628.	198.	546.	1788.	45.8	6.00	6.30	330.	.2540	.3650	.10590
121 Cook	1	0.353	0.180	0.353	0.180	0.120	0.120	0.	279.	0.	1600.	30.1	4.60	4.80	178.	.3245	.3769	.04280
122 Park	2	0.705	0.180	0.705	0.180	0.120	0.120	0.	279.	0.	1600.	30.1	4.60	4.80	178.	.3194	.3808	.04570
123 Yong	3	1.182	0.180	1.182	0.120	0.120	0.120	0.	104.	0.	1600.	30.1	4.60	4.80	178.	.3188	.1696	.02190
124 /11/	4	0.353	0.180	0.353	0.180	0.120	0.120	0.	279.	0.	1600.	34.4	3.40	3.60	138.	.3245	.3839	.04400
125	5	0.705	0.180	0.705	0.180	0.120	0.120	0.	279.	0.	1600.	34.4	3.40	3.60	138.	.3220	.4023	.04770
126	6	1.182	0.180	1.182	0.120	0.120	0.120	0.	104.	0.	1600.	34.4	3.40	3.60	138.	.1415	.1822	.02190
127	7	0.353	0.180	0.353	0.180	0.120	0.120	0.	279.	0.	1600.	30.8	2.20	2.40	98.	.3247	.3956	.04410
128	8	0.705	0.180	0.705	0.180	0.120	0.120	0.	279.	0.	1600.	30.8	2.20	2.40	98.	.3259	.4149	.04740
129	9	1.182	0.180	1.182	0.120	0.120	0.120	0.	104.	0.	1600.	30.8	2.20	2.40	98.	.1397	.1866	.02060
130 Ritz /34/	PS3	0.400	0.180	0.400	0.180	0.162	0.162	0.	93.	0.	1703.	32.7	3.60	3.60	360.	.1104	.1653	.02360
131 Bauer	1369A	0.160	0.450	0.340	0.080	0.400	0.400	0.	1018.	563.	1080.	35.7	3.50	4.00	50.	.6850	1.050	.36100
132 Geymayer	1369B	0.160	0.450	0.340	0.080	0.400	0.400	0.	1018.	563.	1080.	34.0	3.50	4.00	50.	.7300	1.030	.33900
133 Rock	1569A	0.160	0.450	0.340	0.080	0.400	0.400	79.	1018.	563.	1080.	35.6	3.50	4.00	50.	.6550	.8470	.35000
134 /4/	1379A	0.160	0.450	0.340	0.080	0.400	0.400	0.	1018.	563.	1080.	36.5	3.50	8.00	50.	.7200	.8760	.31000
135	1379B	0.160	0.450	0.340	0.080	0.400	0.400	0.	1018.	563.	1080.	37.1	3.50	8.00	50.	.7200	.9000	.31900
136	2379A	0.160	0.450	0.340	0.080	0.400	0.400	0.	1018.	563.	1080.	22.0	3.50	8.00	50.	.7310	.8600	.30300
137	1370A	0.160	0.450	0.340	0.080	0.400	0.400	0.	1018.	563.	1080.	38.3	3.25	8.00	50.	.7320	.9080	.33400
138	2370A	0.160	0.450	0.340	0.080	0.400	0.400	0.	1018.	563.	1080.	23.6	3.25	8.00	50.	.7320	.8760	.31100
139	1379C	0.160	0.450	0.340	0.080	0.400	0.400	0.	1018.	563.	1080.	36.3	3.50	8.00	50.	.7380	.8380	.29500
140	1370D	0.160	0.450	0.340	0.080	0.400	0.400	0.	1018.	563.	1080.	38.3	3.25	8.00	50.	.7370	.8640	.29600
141	1579A	0.160	0.450	0.340	0.080	0.400	0.400	79.	1018.	563.	1080.	35.7	3.50	8.00	50.	.7300	.9070	.32300
142	2579A	0.160	0.450	0.340	0.080	0.400	0.400	79.	1018.	563.	1080.	24.1	3.50	8.00	50.	.7300	.8760	.31300
143	1570A	0.160	0.450	0.340	0.080	0.400	0.400	79.	1018.	563.	1080.	38.2	3.25	8.00	50.	.7330	.8720	.33200
144	2570A	0.160	0.450	0.340	0.080	0.400	0.400	78.	1018.	563.	1080.	23.4	3.25	8.00	50.	.7290	.8520	.32300
145	3579A	0.160	0.450	0.340	0.080	0.400	0.400	79.	1018.	563.	1080.	33.9	3.50	8.00	50.	.7350	.9000	.33100
146	1479A	0.160	0.450	0.340	0.080	0.400	0.400	236.	1018.	563.	1080.	36.7	3.50	8.00	50.	.7340	.8660	.36500
147	1479B	0.160	0.450	0.340	0.080	0.400	0.400	236.	1018.	563.	1080.	35.6	3.50	8.00	50.	.7350	.8960	.37500
148	1389A	0.160	0.450	0.340	0.080	0.400	0.400	0.	1018.	563.	1080.	37.8	3.50	13.0	50.	.7320	.8520	.31400
149	1389B	0.160	0.450	0.340	0.080	0.400	0.400	0.	1018.	563.	1080.	36.6	3.50	13.0	50.	.7340	.8720	.31700
150	1589A	0.160	0.450	0.340	0.080	0.400	0.400	79.	1018.	563.	1080.	37.1	3.50	13.0	50.	.7320	.8400	.31300
151	137EA	0.160	0.450	0.340	0.080	0.400	0.400	0.	1018.	563.	1080.	37.9	3.50	4.00	150.	.7320	.8650	.30400
152	157EA	0.160	0.450	0.340	0.080	0.400	0.400	79.	1018.	563.	1080.	22.7	3.50	4.00	150.	.7330	.8600	.29600

TABELLE A2: (Fortsetzung)

30-0107/001